

plates or tables, in the use of them, than they did in their figure. Nor can I apprehend, the former were designed for any other purpose, than that above mentioned. But as they are very remarkable, and perhaps the singular remains of that kind, relating to the Roman government, either here in Britain, or any other part of their dominions; they may deserve the further consideration of the curious, in their inquiries into these subjects.

CIX. *Two Essays addressed to the Rev. James Bradley, D. D. and Astron. Reg. by Mr. Charles Walmesley, F. R. S.*

Reverend Sir,

Read Nov. 4,
1756.

I HAVE taken the liberty to address to you two little essays, that relate to astronomy; for as no one is more master of that science, or has enriched it with greater discoveries, than yourself, you can best judge of the worth and use of any performance in that kind. The first essay is a Theory on the Precession of the Equinoxes, and the Nutation of the Earth's Axis; which, as it is indebted to you for the discovery of the cause, on which it is founded, as also for the settling of the effects, with which its result is to be compared, ought to be laid before you as a homage, that of right is due. You expressed a desire of a theory on that subject: I have therefore examined, according to the *principle of gravity*, what motions may be produced in the globe

globe of the earth by the actions of the sun and moon, and have endeavoured to determine their precise quantity and laws of variation. You observed yourself, that the supposition you made use of, of the earth's pole moving round the periphery of a circle, whose center represented the mean place of the pole, was not exact : and in effect, as theory shews there are two equations arising from the sun's action, and as many from the action of the moon, to be used in settling the true place of the pole, the simple motion in the circle cannot answer accurately to the composition of these several motions ; and it is from thence proceeded that surprizing difference you found betwixt the polar distances calculated on that supposition, and those observed, in the star α *Cassiopea*, in the year 1738, and in γ *ursæ majoris* in the year 1740 and 1741 ; which distances, if computed from the theory, as here laid down, agree with the observations as nearly as the others. This appears in the tables that are added of these computations. You also insinuated it would be proper to examine, whether the position of the moon's apogee had not a share of influence in these apparent motions of the stars. I therefore considered that point, but found, as you will see in the fifth proposition, that the diminution of the moon's action in the higher part of its orbit is so compensated by the increase of the same action in the lower part, that in the whole revolution of the moon no alteration arises, whatever be the situation of the nodes.

The second essay is a Theory of the Irregularities, that may be occasioned in the annual Motion of the Earth by the Actions of Jupiter and Saturn. I was

led into this research by reflecting upon that question, debated among the astronomers for so many ages past, whether the mean inclination of the two planes of the ecliptic and equator suffers any change or remains invariable. Considering then what cause could produce a change in this inclination, I easily conceived, that if the action of Jupiter had sufficient power to alter the plane of the earth's orbit, with respect to its own, by making their common intersection recede, in the same manner as the sun's action operates on the lunar orbit, an alteration in the obliquity of the ecliptic would necessarily follow; and upon closer examination it appeared, that Jupiter really caused the earth to deviate in its course, and gave a retrograde motion to the line of intersection of their orbits; and further, that according to the present situation of that line, its regress was such, as to have occasioned a gradual diminution in the obliquity of the ecliptic for many ages past: by which means that question seems decided. The reason, why the astronomers have not hitherto been able to settle that point, is, because this variation proceeds at so slow a rate, that the observations of the ancients are not sufficiently exact to ascertain the small diminution, that has happened since their time. I have endeavoured to fix the laws, quantity and period of this variation. From the same cause are also computed a progressive motion occasioned in the earth's aphely, and a small regressive one in the equinoctial points: in all which is added the little share of influence, that belongs to Saturn. In the last proposition are deduced some inequalities, that occur in certain elements of the earth's theory, that have hitherto been supposed

supposed invariable. These, as they are very small, I have only added in that view, that you, who know the best what degree of precision may be expected from astronomical observations, may judge whether they are worth notice or not.

I must observe, that some of the points of these two treatises have been considered by others; and if my conclusions any where differ from them, I leave it to other geométricians to decide which are right. All I shall say on that head is, that my result agrees with the computation of the great Sir Isaac Newton. As to the method, I have rather chosen to deduce the propositions by geometrical reasoning, after the manner of Sir Isaac Newton; which in researches of this kind always appeared to me much more simple, more rational, and more elegant, than the long calculus of an intricate analysis. Besides, if in the application there slips any error, it is more easily discovered in the first method.

As a lover of the sciences, I should be glad to contribute to their improvement; but, whether what is here offered may be reputed a step that way, is left intirely to your determination. I am, with the greatest respect,

Reverend Sir,

Your most obedient

humble servant,

Charles Walmesley.

Rome, Dec. 3.
1756.

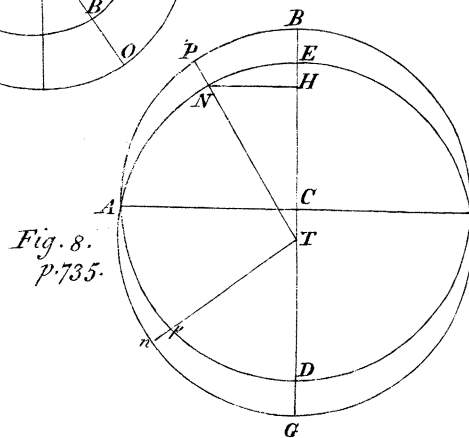
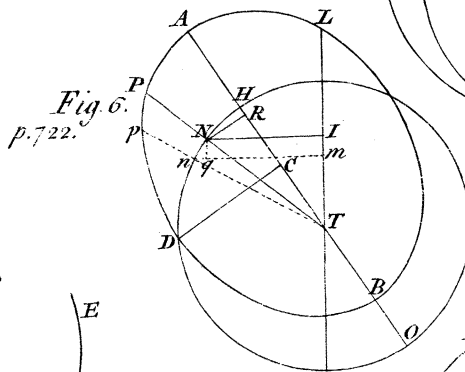
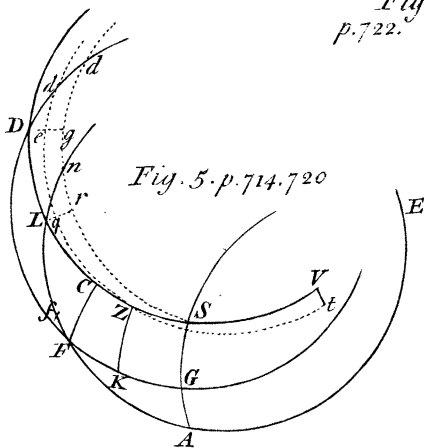
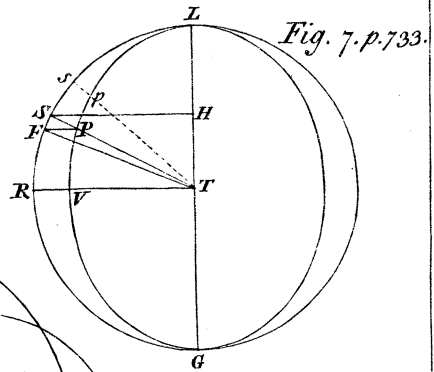
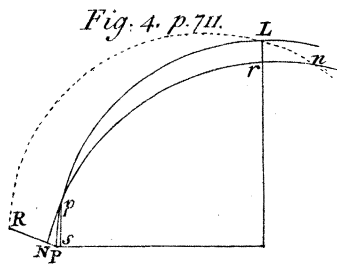
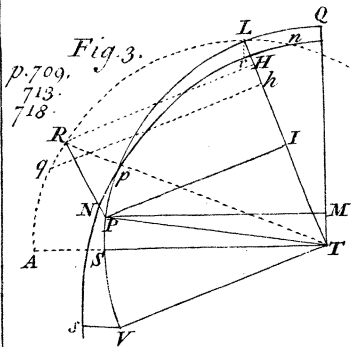
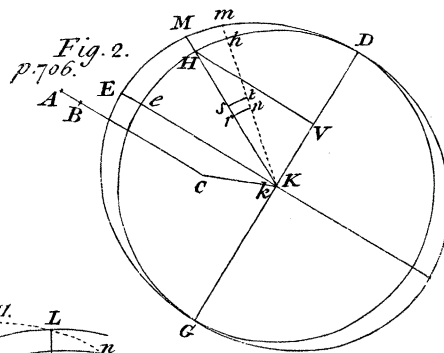
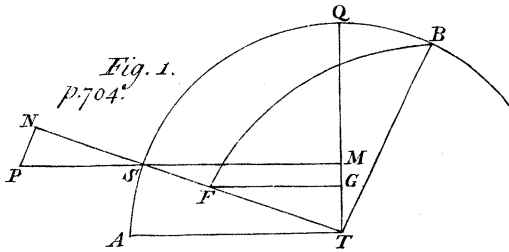
*De Præcessionē Æquinoctiorum et axis Terræ
Nutatione.*

LEMMA I.

INvenire vim, quâ Sol agit in partes Æquatorias Terræ.

Esto T (Fig. 1.) centrum Terræ, B polus, AT recta jungens centra terræ et solis, ASQ circulus centro T descriptus et perpendicularis Æquatori quem exhibit linea TS , et TQ linea intersectionis circuli $TASQ$ et plani plano Eclipticæ perpendicularis: per punctum Æquatoris S ducatur SM parallela rectæ AT occurrens TQ in M , et producat ad P ut fit $SP = 3 SM$, et ex P agatur PN perpendicularis in planum Æquatoris TS . Tum ob similitudinem triangulorum STM , SPN , erit $ST.MT :: SP$ five $3 SM$. $PN = \frac{3 SM \times MT}{ST}$. Sed notum est, quod, si radius terræ ST exhibeat vim, quâ sol deprimit particulam S versus centrum T , $3 SM$ exhibebit vim, quâ eandem particulam retrahit à plano, quod est plano Eclipticæ perpendiculare, adeoque $\frac{3 SM \times MT}{ST}$ exhibebit vim PN , quâ perturbatur situs plani Æquatoris, et efficacia hujus vis ad convertendum Æquatorem est ut $PN \times ST$, id est, ut ipsa vis PN . Vis autem ST est ad vim, quâ Terra retinetur in orbe suo circa solem, ut semidiameter terræ ST ad distantiam terræ a sole, et vis, quâ terra retinetur in orbe suo est, ad vim centrifugam in terræ æquatore in ratione compositâ ex ratione directâ distantiae terræ à sole ad semidiametrum terræ et ratione inversâ duplicata

Essay I.



Essay. II.

Fig. 1. p. 737.

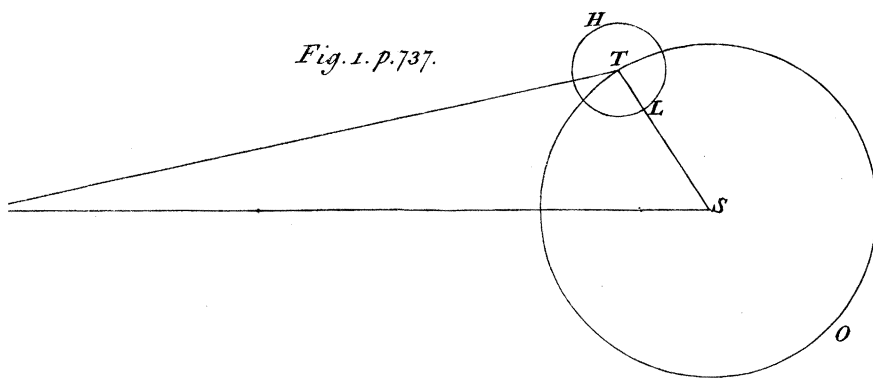


Fig. 2. p. 742.

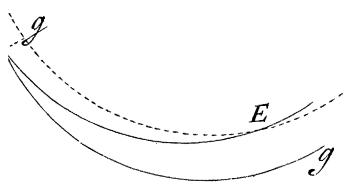
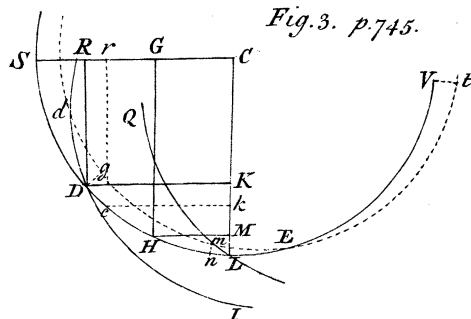


Fig.3. p.745.



plicitatē temporis periodici terræ circa solem ad ejusdem tempus periodicum circa axem suum : unde per compositionem rationum, scribendo S pro periodo terræ annuâ et T pro periodo diurna, prodit vis PN ad vim centrifugam in terræ Æquatore ut $\frac{3SM \times MT}{S^2 T^2} \times \frac{TT}{SS}$ ad 1. Patet autem vis PN conatum

hunc esse, ut convertat æquatorem circum axem plano $TASQ$ perpendicularem, id est, circum axem qui jacet in communi sectione æquatoris et plani QT Eclipticæ perpendicularis.

Ad æquales à puncto S in circumferentiâ æquatoris distantias sumantur puncta duo F , et quia horum utriusque vis conatur æquatorem convertere circum axem plano TFB respectivé perpendicularem, conatus ex utraque vi compositus concurret cum vi prædictâ PN ad convertendum æquatorem eique inherentem terram circum axem plano $TASQ$ perpendicularem. Ducantur autem rectæ FG perpendiculares in planum QT eclipticæ perpendiculare, et summa virium, quibus istæ duæ particule fugiunt planum æquatoris, erit $\frac{6FG \times TG}{FT}$, ut patet ex dictis, cujus pars, quæ conspirat cum prædictâ vi PN , cum sit ad $\frac{6FG \times TG}{FT}$ ut FT ad ST , erit $\frac{6FG \times TG}{ST}$ (reliquis harum virium partibus utpoté oppositis se mutuò destruentibus) sive ob similitudinem triangulorum FGT et SMT , hæc summa erit ad vim PN ut $2 \overline{FT}^2$ ad \overline{ST}^2 ; proindeque, cum summa omnium \overline{FT}^2 per totam circumferentiam sit subdupla summæ totidem \overline{ST}^2 , erit summa actionum omnium

nium per circuitum æquatoris subdupla summæ totidem actionum in particulam S : quamobrem vis ea, quâ perturbatur fitus circuli æquatoris, ex viribus punctorum omnium circumferentiam æquatoris constituentium collecta, est ad vim centrifugam in eodem æquatore, ponendo radium terræ $ST=1$, ut $\frac{3SM \times MT}{2} \times \frac{TT}{SS}$ ad 1. \mathcal{Q} . *E. I.*

LEMMA II.

Vis particularum omnium extra terræ globum interiorem, cujus scilicet diameter est terræ axis minor, undique sitarum ad terram circum axem prædictum rotandam est ad vim particularum totidem in circuitu circuli æquatoris uniformiter in morem annuli dispositarum ad terram circa eundem axem movendam ut 2 ad 5. Luculenter demonstratur apud *Newtonum*.

LEMMA III.

Rationem motûs terræ totius ad motum materiæ supra globum terræ interiorem stratæ determinare.

Exhibeat C centrum terræ, (Fig. 2.) CK portionem diametri cujusvis æquatoris, $EDGK$ sectionem terræ diametro CK et plano æquatoris perpendicularem; sectio hæc et sectiones omnes huic parallæle ellipses sunt ut notum est, et sibi similes. Ex centro K ellipseos EDG ducatur in plano æquatoris radius KE , eritque ellipseos semiaxis major, et radius huic perpendicularis KD semiaxis minor; ducantur item radii alii duo KM , Km sibi proximi, et centro K et radio KD describatur circulus DHe secans Km , KM , KE , in b , H , e ; et radio quolibet Kr

Kr describatur arcus rn secans KM , Km , in r , n , et arcus st arcui rn proximus secans KM , Km , in s , t . Jam quoniam areola $rstn$, dum terra revolvitur circa axem CK , fertur velocitate distantiae Kr proportionali, motus ejus proportionalis erit $Kr \times rs \times st$ five $\frac{\overline{Kr}^2 \times Hb \times rs}{KH}$; unde motus areae totius KMm

proportionalis erit $\frac{\overline{KM}^3 \times Hb}{3KH}$. Agatur HV perpendicularis in KD , et si semiaxis major KE parum excedere supponatur semiaxem minorem KD , erit

$$HM = \frac{\overline{HV}^2 \times Ee}{\overline{KH}^2} \text{ quam proximè, adeoque } \frac{\overline{KM}^3 \times Hb}{3KH} =$$

$$\frac{\overline{KH}^2 \times Hb}{3} + \frac{\overline{HV}^2 \times Hb \times Ee}{KH}, \text{ ac proinde summa motuum}$$

arcarum omnium KMm , id est, motus totius sectionis erit proportionalis circumferentiae DHD ductae

$$\text{in } \frac{\overline{KH}^2}{3} + \frac{KH \times Ee}{2}. \text{ Sit autem } CA \text{ æqualis semidia-}$$

metro terræ majori, CB semidiametro minori, et AB semidiametrorum differentiae; sit Kk particula

quàm minima axis CK , et C denotet circumferentiam æquatoris; tùm, quia est $KH. KE :: CB. CA$, et $Ee. AB :: KE. CA$, erit motus portionis

sphæroidicæ, cujus crassities est Kk , duabus sectionibus parallelis terminatæ, hoc est, circumferentia

$$DHD \text{ ducta in } Kk \times \frac{\overline{KH}^2}{3} + \frac{KH \times Ee}{2} \text{ proportionalis}$$

$$\text{quantitati } \frac{C \times \overline{CB}^3 \times \overline{KE}^3 \times Kk}{3CA^4} + \frac{C \times \overline{CB}^2 \times \overline{KE}^3 \times AB \times Kk}{2CA^4},$$

adeoque summa horum motuum five motus to-

tius sphæroidis circum axem CK exponetur per $\frac{CC \times \overline{CB}^3}{16CA} + \frac{3CC \times \overline{CB}^2 \times AB}{32CA}$ vel, si D designet circumferentiam radio CB descriptam, per $\frac{DD \times CA \times CB}{16} + \frac{3DD \times CA \times AB}{32}$. Hincque motus globi interioris, cuius radius est CB , exponetur per $\frac{DD \times \overline{CB}^2}{16}$: adeoque est motus globi interioris ad motum terræ totius circum axem CK gyrantis ut \overline{CB}^2 ad $CA \times CB + \frac{CA \times 3AB}{2}$ five ut $CA - 2AB$ ad $CA + \frac{AB}{2}$ quamproximé, et motus materiæ globo terræ interiori incumbentis ad motum terræ totius ut $5AB$ ad $2CA$ quamproximé. *Q. E. I.*

COROLL.

Eadem ratiocinandi methodo, si circumferentia circuli radio CB descripti revolatur circa diametrum propriam, cum motus cuiusvis puncti circumferentiæ sit ut ipsius distantia ab hac diametro, motus totius circumferentiæ exponetur per $4\overline{CB}^2$: unde, si loco circumferentiæ substituatur annulus tenuissimus, erit motus annuli ad motum globi cuius semidiameter est CB , ut $4\overline{CB}^2$ ad $\frac{DD \times \overline{CB}^2}{16}$; hoc est, in ratione composita, ex ratione materiæ in annulo ad materiam in globo, et ratione duorum quadratorum ex diametro ad tria quadrata ex arcu quadrantali circuli, quemadmodum demonstravit *Newtonus*. Atque hoc pacto si semidiameter terræ minor sit ad maiorem ut 229 ad 230, et tota materia supra globum terræ interiorem

interiorem diffusa coalescere intelligatur, uti supponit *Newtonus*, in annulum uniformem, qui æquatorem cingat, erit motus annuli ad motum globi interioris ut 4590 ad 485223, et motus annuli ad motum terræ totius ut 4590 ad 489813.

Hic autem advertere liceat proportionem hanc motuum, quæ nempe derivatur ex hypothefi, quod tota materia globo terræ interiore superior in annulum circum æquatorem coalescat, à verâ paululum aberrare: patet enim singulas materiæ particulas in locis suis consistentes non ipsum eundem concipere motum ex terræ rotatione, quem sortirentur, si juxta hypothefim illam in æquatore simul collectæ subsisterent. Differentiam illam motuum, quia minuta est, in investigatione præcessionis mediæ æquinoctiorum, ut minùs consideratione dignam, omisit *Newtonus*. At quoniam nunc temporis, ob nova Astronomiæ inventa, accuratius inquiritur proportio virium Solis et Lunæ, earumdemque effectus proprii, differentiæ istius habere rationem operæ pretium videtur, atque ea propter lemma hoc subjunximus et in propositione sequenti usurpabimus.

PROPOSITIO I. PROBLEMA.

Investigare Præcessionem mediam Æquinoctiorum vi solis genitam. Designet SPQ (Fig. 3.) Æquatorem terræ, ARL Eclipticam, TL lineam intersectionis planorum æquatoris et eclipticæ PM perpendicularum demissum ex puncto æquatoris P in planum QT quod supponitur eclipticæ perpendiculare. Sumpto arcu quam minimo æquatoris Pp , sit PN duplum spatii, quod corpus percurrere posset perpendiculariter ad æquatorem, impellente vi in lemmate 1^o. definitâ, quo tempore punctum p cum æquatore revol-

vens describit arcum pP , atque hoc pacto post illam particulam temporis planum æquatoris translatum reperietur in situm $TNpn$, ac jam eclipticam secabit in n , eritque arcus Ln recessus intersectionis æquatoris et eclipticæ sive præcessio æquinoctiorum. In Npn demittatur perpendicularum Lr , et in TL perpendicularum PI , et cum lineæ PN , Lr , sint ut sinus arcuum Pp , PL , erit $Pp.PN :: PI.Lr$, et scribendo B pro sinu et C pro cosinu inclinationis eclipticæ ad æquatorem ad radium 1, in triangulo rectangulo Lrn habetur $B.1 :: Lr.Ln$, adeoque fit $Pp \times B.PN :: PI.Ln$, et $Ln = \frac{PN \times PI}{B \times Pp}$: dato igitur arcu Pp , est Ln ut $PN \times PI$. Centro T describatur arcus circuli RP perpendicularis in æquatorem LP , eritque in triangulo sphærico LRP tangens anguli RLP . inclinationis scilicet eclipticæ ad æquatorem, ad tangentem arcus RP , id est, erit $\frac{B}{C}$ ad $\frac{MT}{PM}$, ut radius 1. ad PI finem arcus PL , unde erit $PI = \frac{C \times MT}{B \times PM}$. Item in eodem triangulo est B ad 1 ut MT ad RH finem arcus eclipticæ RL , hoc est, $MT = B \times RH$. Insuper est PN ut $PM \times MT$ ex lem: 1^o; quare est $PN \times PI$ adeoque et Ln ut \overline{RH}^2 , hoc est præcessio horaria æquinoctiorum vi solis genita est in duplicatâ ratione sinûs distantie solis ab Æquinoctio. Et quoniam summa omnium \overline{RH}^2 , quo tempore sol periodum suam absolvit, est dimidium summæ totidem \overline{TR}^2 , ideò præcessio annua æquinoctiorum est subdupla ejus, quam sol in quadraturis Æquinoctiorum, hoc est, in solstitiis semper manens eodem tempore generare posset. Sit

Sit igitur sol in Coluro Solstitiali, eruntque LP et LR (Fig. 4.) quadrantes circuli, et Lr mensura anguli Lpn five PpN ; hincque in triangulo Lrn est Ln five præcessio horaria æquinoctiorum in hoc casu ad Lr five ad angulum Ppn ut 1 ad B : est autem angulus PpN , ducto perpendiculo ps in radium TP , ad duplum angulum Pps , id est, ad angulum PTp qui est motus horarius terræ circa axem suum ut vis quæ agit secundum PN ad vim centrifugam in æquatore, hoc est, per lemma 1, ut $\frac{3SM \times MT}{2} + \frac{TT}{SS}$ Fig. 1. ad 1; five quia est in hoc casu $MT = B$, et $SM = C$; ut $\frac{3B \times C}{2} \times \frac{TT}{SS}$ ad 1; estque motus horarius terræ circa axem suum ad motum horarium solis ut S ad T : unde conjunctis rationibus est præcessio horaria Æquinoctiorum ad motum horarium solis ut $\frac{3C}{2} \times \frac{T}{S}$ ad 1, et in eadem ratione est præcessio annua ad motum solis annum.

Præcessio igitur annua Æquinoctiorum, in hypothefi quod sol toto eo tempore staret immotus in solstitio, foret $\frac{3C}{2} \times \frac{T}{S} \times 360^\circ$, et vera præcessio annua foret hujus subdupla. Sed quia Sol agit non tantum in circulum æquatoris, ut in hac propositione hucusque supposuimus, sed in totam materiam supra globum terræ interiorem sparsam, et globus ipse motum hac vi genitum participare debet, ideò minuenda est præcessio in ratione compositâ, ex ratione 2 ad 5 per lemma 2, et ex ratione 5 AB ad 2 CA per lemma 3; quare præcessio annua Æquinoctiorum à vi solis oriunda tandem prodit $\frac{3C}{4} \times \frac{T}{S} \times \frac{2}{5} \times \frac{5AB}{2CA}$

4 X 2
 $\times 360^\circ$

$$\times 360^\circ = \frac{3^C}{4} \times \frac{T}{8} \times \frac{AB}{CA} \times 360^\circ.$$

Sit igitur diameter terræ major ad minorem ut 230 ad 229, eritque $\frac{AB}{CA} = \frac{1}{230}$, et, existente inclinatione Eclipticæ ad Æquatorem $23^\circ. 28'. 30''$. præcessio æquinoctiorum annua vi solis prodit $10'', 583$. Sit ratio 178 ad 177 illa terræ diametrorum, qualem ex recentioribus quidam derivarunt observationibus, eritque $\frac{AB}{CA} = \frac{1}{178}$, et præcessio æquinoctiorum annua $13'', 675$.

Si motûs communicatio inter globum terræ interiorem et materiam exteriorem fiat secundum hypothefim *Newtonianam*, quemadmodum expositum est in Coroll. lem 3, et diameter terræ major fuerit ad minorem ut 230 ad 229, annua æquinoctiorum præcessio ex vi solis erit $\frac{3^C}{4} \times \frac{T}{8} \times \frac{2 \times 4590}{5 \times 489813} \times 360 = 9'', 124 = 9''. 7'''. 26^{iv}$. Et si inclinatio Eclipticæ ad æquatorem supponatur esse $23^\circ \frac{1}{2}$, præcessio illa evadit $9''. 7'''. 20^{iv}$, uti invenit *Newtonus*. Q. E. I.

COROLL. I.

Ponatur cum *Ill. Bradleio* Præcessio annua Æquinoctiorum mediocris tota æqualis $50'', 3$; atque ex eâ auferantur $10'', 583$ et remanebunt $39'', 717$ pro præcessionem annuâ mediocri â vi lunæ oriundâ, eritque vis lunæ ad vim solis ut 3,753 ad 1, in hypothefi, quod ratio diametrorum terræ fit $\frac{230}{229}$; si verò hæc ratio statuatur æqualis $\frac{178}{177}$: terrâ manente uniformiter densâ, ex $50'', 3$ auferantur $13'' 675$, eritque præcessio

præcessio annua vi lunæ genita $36'',625$, et vis lunæ ad vim solis ut $2,678$ ad 1 .

COROLL. II.

Sumatur jam in Eclipticâ arcus Rq (Fig. 3.) quem sol dato tempore quam minimo, v. g. horæ spatio, describit, et ductâ qb parallelâ rectæ RH , quia est ex dictis in propositione præcessio Æquinoctiorum horaria, existente sole in loco quovis R , ad præcessionem mediocrem horariam ut \overline{RH}^* ad $\frac{\overline{TR}^2}{2}$ five, cum fit $RH. TR :: Hb. Rq$, ut $RH \times Hb$ ad $\frac{TR \times Rq}{2}$, erit præcessio vera ad præcessionem mediam, quo tempore sol describit arcum LR , ut spatium LRH ad sectorem LTR , et differentia earum ad præcessionem mediam ut triangulum TRH ad sectorem LTR : ideòque, existente $LR = 45^\circ$, id est, in Octantibus Æquinoctiorum cum sole hæc differentia five æquatio, quæ tunc maxima evadit (scribendo D pro circumferentiâ circuli cujus radius est 1) est æqualis $\frac{10'',583}{2D}$ vel $\frac{13'',675}{2D}$, unde emergit Theorema sequens: *Est motus solis ad motum Æquinoctiorum vi solis genitum, ut radius ad sinum duplæ æquationis æquinoctiorum maximæ.* Hoc pacto in priori casu prodit æquatio maxima $51''$, in posteriori $1''$. $5'''$. In aliis locis hæc æquatio est ad æquationem maximam ut sinus duplæ distantie solis ab Æquinoctio vel Solstitio proximo ad radium, ut patet: et additur motui medio ubi sol transit à Solstitiis ad Æquinoctia, et subducitur ubi sol pergit ab Æquinoctiis ad Solstitia.

COROLL.

COROLL. III.

Ex propositione generatim sequitur regressum horarium mediocrem lineæ intersectionis planorum *Æquatoris* *Terrestris* et *Orbitæ* planetæ cujuscunque circa terram revolvantis esse ut vis illius planetæ in globum terraqueum, cæteris manentibus, et cosinus inclinationis ejus orbitæ ad terræ æquatorem, conjunctim.

PROPOSITIO II. PROBLEMA.

Invenire inæqualitatem Præcessionis *Æquinoctiorum*, quæ pendet à vario situ Nodorum Lunæ.

Sunto *SLD* (Fig. 5.) *Æquator*, *E AFL* *Ecliptica* secans *Æquatorem* in *L*, *E* *Æquinoctium* verum, *L* autumnale, *GFD* orbis lunæ secans *æquatorem* in *D* et *eclipticam* in *F*, *AGS* circulus maximus perpendicularis in *Æquatorem*, et sunt *SD*, *GD* quadrantes circuli. Dum Nodus *F* describit arcum horarium *eclipticæ* *Ff*, vi lunæ transferatur intersectio *D* per arcum *Dd*, et describatur circulus *Sd* exhibens situm æquatoris post horam elapsam, secetque *Eclipticam* in *n*, et ducantur in æquatorem perpendiculara *Dg*, *Lr*. Esto *b* sinus ad radium 1 et *c* cosinus inclinationis, eo tempore, orbis lunaris ad terræ æquatorem; existente, ut prius, *B* sinu et *C* cosinu inclinationis *Eclipticæ* sive inclinationis mediocris orbitæ lunaris ad *Æquatorem*: Eritque (per Coroll. 3. prop. præced.) regressus horarius mediocris intersectionis planorum *Æquatoris* et *Eclipticæ* vi lunæ genitus ad *Dd*, regressum scilicet mediocrem horarium intersectionis planorum *Æquatoris* et orbitæ

bitæ lunaris, ut C ad c ; est autem Ff ad regressum prædictum intersectionis planorum Æquatoris et Eclipticæ ut motus medius nodorum lunarium ad motum medium Æquinoctiorum vi lunæ genitum, quam rationem pono esse K ad 1 ; est ergo $Ff. Dd:: C \times K. c$; sed est $Dd. Dg:: 1. b$, et $Dg. Lr:: 1$ ad finem arcûs LS quem voco k , estque $Lr. Ln:: B. 1$; under per compositionem rationum fit $Ff. Ln:: B \times C \times K. b \times c \times k$.

Per nodum F describatur arcus circuli maximi FC perpendicularis in SL , et ex principiis Trigonometriæ Sphæricæ est $\text{Cof. } FL$ ad radium 1 ut $\text{Cotang. } FLC$ ad $\text{Tang. } LFC$; deinde est $\text{Sin. } LFC$ ad $\text{Sin. } DFC$ ut $\text{Cof. } FLC$ ad $\text{Cof. } FDC$: cum autem angulus DFC sit summa angulorum DFL et LFC , est $\text{Sin. } DFC = \text{Sin. } DFL \times \text{Cof. } LFC + \text{Cof. } DFL \times \text{Sin. } LFC$. Quo pacto, scriptis p pro sinu et q pro cosinu anguli DFL , inclinationis nimirum mediocris orbitæ lunaris ad Eclipticam , et v pro sinu et u pro cosinu arcûs EF , distantiae scilicet nodi ab Æquinoctio verno, habebitur $\text{Cof. } FDL = c = Cq + Bpu$. Item in triangulo FDL est $b:p::v:\text{Sin. } DL$, adeoque est cosinus arcûs DL five sinus arcûs LS , hoc est, $k = \frac{1}{b} \sqrt{b^2 - p^2 v^2} = \frac{1}{b} \times \overline{Bq - Cpu}$.

Hinc ergo obtinetur $b \times c \times k = \overline{Cq + Bpu} \times \overline{Bq - Cpu} = \overline{BCq^2 - C^2 - B^2 \times pqu - BCp^2 u^2}$, sed scribi potest 1 pro q et rejici terminus $BCp^2 u^2$ ob exiguitatem p finûs scilicet anguli $5^\circ. 8' \frac{1}{2}$. Quaré est Ln ad Ff ut $\overline{BC - C^2 - B^2 \times pu}$ ad $B \times C \times K$, et summa motuum Ln ad summam motuum Ff , quo tempore nodus F describit arcum EF , ut summa quantitatatum

titatum $BC - \overline{C^2 - B^2} \times pu$ ad summam totidem $B \times C \times K$, hoc est, ut $B \times C \times EF + \overline{C^2 - B^2} \times pv$ ad $B \times C \times K \times EF$, atque adeò quo tempore nodus transit ab Æquinoctio ad Solstitium præcessio æquinoctio-

rum fit $\frac{90^\circ}{K} + \frac{\overline{C^2 - B^2} \times p \times 90^\circ}{B \times C \times K \times EA}$, et quo tempore transit nodus ab uno Æquinoctio ad alterum, præcessio fit $\frac{180^\circ}{K}$. Ex priori motu auferatur posterioris dimi-

dium et remanebit $\frac{\overline{C^2 - B^2} \times p \times 90^\circ}{B \times C \times K \times EA}$ pro differentiâ inter præcessionem veram et mediam, id est, pro æquatione maximâ præcessionis ubi nodi lunares scilicet versantur in punctis solstitialibus: in aliis locis patet hanc æquationem esse ad æquationem maximam ut sinus distantiae nodi ab Æquinoctio ad radium, et additur præcessioni mediæ in regressu nodi ascendentis ab Æquinoctio Verno ad Autumnale, et subducitur in ejusdem regressu ab autumnali ad Æquinoctium Vernalis. Notandum autem esse $C^2 - B^2 = 2C^2 - 1 = \text{Cof. } 2 \times 23^\circ. 28'\frac{1}{2}$, et $B \times C = \frac{1}{2} \text{ Sin. } 2 \times 23^\circ. 28'\frac{1}{2}$, ideòque $\frac{C^2 - B^2}{B \times C} = 2 \times \frac{\text{Cof.}}{\text{Sin.}} 2 \times 23^\circ. 28'\frac{1}{2} =$

$\frac{2}{\text{Tang. } 2 \times 23^\circ. 28'\frac{1}{2}}$. Quamobrem evadit $\frac{\overline{C^2 - B^2} \times p \times 90^\circ}{B \times C \times K \times EA}$

$= \frac{90^\circ \times 2 \times \text{Sin. } 5^\circ. 8'\frac{1}{2}}{K \times EA \times \text{Tang. } 2 \times 23^\circ. 28'\frac{1}{2}}$, atque hinc emergit Theorema sequens: *Est tangens duplicatæ inclinationis Æquatoris ad Eclipticam ad finem duplicatæ inclinationis orbis lunaris ad Eclipticam ut radius ad finem quemdam: tumque, est motus medius nodorum ad motum medium æquinoctiorum vi lunæ genitum ut sinus mox inventus ad finem æquationis Æquinoctiorum maximæ. Loco finis dupli inclinationis*

orbis

orbis lunaris ad Elipticam in Theoremate usurpo propter analogiam finum duplicatæ ejusdem inclinationis, cum error inde exurgens sit contemnendus, ut quisque experiri facile potest. Est autem motus nodorum lunæ annuus $19^{\circ}.20'\frac{1}{2}$, et motus Æquinoctiorum annuus vi lunæ genitus $39'',717$ ex Coroll. I. prop. I, existente ratione diametrorum terræ æquali $\frac{230}{229}$, proindeque est $K=1753$. Idem Æquinoctiorum motus, existente $\frac{178}{177}$ ratione diametrorum terræ, est $36'',625$, atque adeò $K=1901$. Unde in priori casu prodit æquatio Æquinoctiorum maxima $19'.38''$; in posteriori $18''.16'''$. *Q. E. I.*

COROLL.

Ex hac propositione Præcessio Æquinoctiorum vi lunæ genita pro tempore dato proportionalis est quantitati $b \times c \times k$ sive $BC - C^2 - B^2 \times p u$; maxima ergo est ubi nodus lunæ ascendens versatur in principio Arietis, tunc enim est $u = -1$; minima autem, ubi idem nodus transit in signum libræ, ob $u = 1$ eo in casu. Unde, quoniam præcessio annua vi lunæ genita est æqualis $\frac{39'',717}{B \times C} \times B \times C - C^2 - B^2 \times p u$, vel $\frac{36'',625}{B \times C} \times B \times C - C^2 - B^2 \times p u$, nullâ habitâ ratione mutationis sitûs nodorum per id temporis factæ, differentia inter præcessionem annuam mediocrem et maximam erit $\frac{39'',717 \times C^2 - B^2 \times p}{B \times C} = \frac{39'',717 \times 2 \times \text{Sin. } 5^{\circ}.8'\frac{1}{2}}{1 \text{ ang. } 2 \times 23^{\circ}.28'\frac{1}{2}}$, vel $\frac{36'',625 \times 2 \times \text{Sin. } 5^{\circ}.8'\frac{1}{2}}{1 \text{ ang. } 2 \times 23^{\circ}.28'\frac{1}{2}}$.

Igitur, *Est tangens duplicatæ inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem ad finum duplicatæ inclinationis Orbis*
 VOL. 49. 4 Y lunaris

lunaris ad Eclipticam ut præcessio annua Æquinoctiorum mediocris vi lunæ genita ad differentiam inter præcessionem mediocrem et maximam seu minimam. Unde in priori casu est hæc differentia æqualis $6''.37''$, in posteriori $6''.6'''$, proindeque si tota præcessio annua statuatur $50''.20'''$, eo anno, in cujus medio circiter nodus lunæ ascendens occupat primum gradum Arietis, præcessio æquinoctiorum erit $56''.57'''$, vel $56''.26'''$: ubi autem nodus subit signum Libræ, præcessio illius anni erit $43''.43'''$, vel $44''.14'''$. Et quia differentia prædicta in aliis temporibus est ut finis distantiae nodi a punctis Solstitialibus, facile habebitur pro anno quolibet, dato nodorum situ.

PROPOSITIO III. PROBLEMA.

Invenire Variationem Inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem quam generat vis Solis.

Manentibus iis quæ in propositione primâ dicta sunt, producat arcus LS (Fig. 3.) ad V ut LV sit quadrans circuli, et dimittatur Vs perpendicularis in arcum pN productum, eritque Vs mensura Variationis horariæ inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem. Est autem $Vs.Lr::TI.PI$, et $Lr.Ln::B.1$, atque per propositionem primam præcessio æquinoctiorum horaria Ln est ad præcessionem horariam ubi sol versatur in Solstitiis quam voco U , ut \overline{RH}^2 ad \overline{TR}^2 ; quare conjunctis rationibus est $Vs.U::\frac{B \times TI \times \overline{RH}^2}{PI} \cdot \overline{TR}^2$, five, ob $TR=1$, $PI=\frac{C \times RH}{PM}$, $TI=\frac{TH}{PM}$, est $Vs.U::\frac{C}{B} \times RH \times TH.1$; et summa variationem omnium horariarum Vs quo tempore sol

sol describit arcum LR est ad summam totidem angulorum U ut summa omnium factorum $RH \times TH$ ducta in $\frac{B}{C}$ ad summam totidem quadratorum 1, id

est, ut $\frac{\overline{RH}^2}{2} \times \frac{B}{C}$ ad arcum LR , et Variatio tota quâ

minuitur inclinatio Æquatoris ad Eclipticam in progressu solis ab Æquinoctio ad Solstitium est ad summam angulorum U (quæ tunc evadit æqualis semissi præcessionis annuæ vi solis genitæ, hoc est, æqualis $\frac{10'',583}{2}$ vel $\frac{13'',675}{2}$) ut $\frac{B}{2C}$ ad arcum LV , ac pro-

inde Variatio tota fit $\frac{B \times 10'',583}{C \times 4 LV} = \frac{10'',583 \times \text{Tang. } 23^\circ.28'\frac{1}{2}}{4 LV}$,

vel $\frac{13'',675 \times \text{Tang. } 23^\circ.28'\frac{1}{2}}{4 LV}$, unde nascitur hoc Theo-

rema: *Motus solis est ad motum æquinoctiorum vi solis genitum ut tangens Inclinationis mediocris Eclipticæ ad Æquatorem ad tangentem Variationis totius ejusdem Inclinationis.* Atque hinc Variatio tota elicitur in priori casu æqualis $44'''$, in posteriori $57'''$, sole scilicet in Solstitiis existente: in aliis locis variatio est, ut patet, in duplicatâ ratione sinûs distantiae solis ab Æquinoctio ad radium, ac propterea differentia inter semissem variationis totius et variationem genitam quo tempore sol describit arcum quemlibet LR est ad semissem variationis totius, seu ad $22'''$

vel $28''\frac{1}{2}$, ut $2 \overline{RH}^2 - 1$ ad 1, hoc est, ut cosinus duplæ distantiae solis ab Æquinoctio ad radium; adeoque, dato solis loco, datur hæc differentia sive æquatio, quæ addenda est Inclinationi mediæ Eclipticæ, ubi distantia solis ab Æquinoctio alterutro minor est 45 gradibus; et ubi major est hæc distantia, sub-

ducitur. Maxima igitur est Inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem, sole versante in Æquinoctiis; minima, sole occupante Solstitia. *Q. E. I.*

PROPOSITIO IV. PROBLEMA.

Variationem Inclinationis Eclipticæ, quæ pendet à vario situ Nodorum lunæ, determinare.

Iisdem positis quæ in propositione secundâ tradita sunt, jam sit luna in *K* (Fig. 5.) et describatur arcus circuli maximi *KZ* perpendicularis in Æquatorem *DZS*, et per punctum *Z* arcus *Zd* exhibens situm æquatoris post horæ spatium: secet autem *Zd* orbem lunæ in *d*, et lineas *Dg*, *Lr*, in *e* et *q*; atque ex puncto *V* æquatoris, existente *LV* quadrante circuli, demittatur in arcum *dZ* productum perpendicularis *Vt*. Designet *P* motum mediocrem horarium æquinoctiorum vi lunæ genitum, atque per propositionem secundam est *P.Dd::C.c*; et existente *DS* quadrante circuli, ex demonstratis in propositione primâ sequitur esse *2 Dd:DD::1: Sin. DK²*; habetur autem *Dd:De::1:b*; tum *De:Lq::Sin. DZ:Sin. LZ*, et *Lq.Vt::Sin. LZ:Cof. LZ*; unde per compositionem harum omnium rationum fit *2 P:Vt::C × Sin. DZ:b × c × Sin. DK² × Cof. LZ*. Est autem *Cof. LZ=Sin. DL × Sin. DZ + Cof. DL × Cof. DZ*, hincque *2 P.Vt::C:b × c × Sin. DK² × Sin. DL + Cof. DL × Cof. DZ*; sed in triangulo sphærico *DKZ* habetur *c:1::Cotang. DK five Cof. DK / Sin. DK : Cotang. DZ five Cof. DZ / Sin. DZ*; unde tandem prodit *2 P* ad *Vt* ut *C* ad *b × c × Sin. DL × Sin. DK² + bc Cof. DL × Sin. DK × Cof. DK*. Summa igitur omnium *Vt*, hoc est, summa variationum

tionum omnium horariorum, Inclinationis Eclipticæ tempore revolutionis lunæ genita, manente situ nodorum, est ad summam totidem motuum P ut summa omnium quantitatum $2b \times c \times \text{Sin. } DL \times \text{Sin. } DK^2 + 2b \times \text{Cof. } DL \times \text{Sin. } DK \times \text{Cof. } DK$ in circulo ad summam totidem cosinum C , id est, ut $b \times c \times \text{Sin. } DL$ ad C . Posito itaque, ut prius, motu medio nodorum ad motum medium æquinoctiorum vi lunæ genitum ut K ad 1, erit variatio mediocris horaria inclinationis Eclipticæ in mense dato ad motum horarium, mediocrem nodorum Ff , ut $b \times c \times \text{Sin. } DL$ ad $C \times K$, id est, ob $\text{Sin. } DL = \frac{pv}{b}$ et $c = Cq + Bpu$, ut $Cpqv + Bp^2vu$ ad $C \times K$ five ut pv ad K quam proximè, adeoque summa omnium variationum inclinationis Eclipticæ quo tempore nodus lunæ describit arcum EF est ad motum nodi EF ut summa omnium pv ad summam totidem K , hoc est, ut $p \times \overline{1+u}$ ad $K \times EF$, et variatio tota quâ mutatur inclinatio Eclipticæ in regressu nodi ab uno Æquinoctio ad alterum, est ad motum nodorum 180° ut $2p$ ad $K \times EL$, quæ proinde æquatur $\frac{2p \times 180^\circ}{K \times EL}$, atque adeò per Theorema sequens facillè prodibit: *Motus Nodorum est ad motum Æquinoctiorum vi lunæ genitum ut sinus inclinationis Orbitæ lunaris Æclipticam ad sinum semissis Variationis totius Inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem.*

Si ratio diametrorum terræ sit $\frac{230}{229}$, est motus nodorum lunæ ad motum æquinoctiorum ex prop. ut 1753 ad 1, et ut 1901 ad 1 si ratio terræ diametrorum sit $\frac{178}{177}$. In priori casu per Theorema prodit

Variatio

Variatio tota Inclinationis Eclipticæ $21''.5'''$; in casu posteriori $19''.27'''$: generatur autem tempore quo transeunt Nodi Lunares ab uno Æquinoctio ad alterum. In locis inter Æquinoctia variatio erit ad variationem totam, ex mox demonstratis, ut $1+u$ ad 2 , hoc est, ut sinus versus distantiae nodi ab Æquinoctio Verno ad diametrum; vel, differentia inter semissem variationis totius et variationem pro tempore dato est ad semissem variationis totius, nempe ad $10''.32''\frac{1}{2}$ vel $9''.43''\frac{1}{2}$, ut cosinus distantiae nodi ab Æquinoctio Verno ad radium: additur autem hæc differentia sive æquatio Inclinationi mediæ Eclipticæ in regressu nodi à Solstitio Æstivali ad Solstitium Hybernale, ac in alterâ medietate revolutionis nodi subducitur, ut habeatur Inclinatione Eclipticæ vera. Et maxima est Eclipticæ Obliquitas ubi nodus lunæ ascendens Æquinoctium vernum sive ingressum Arietis tenuerit; minima verò, cum idem nodus ad Autumnale Æquinoctium sive ad signum Libræ retrorsum pervenerit. *Q. E. I.*

PROPOSITIO V. PROBLEMA.

Inæqualitates Præcessionis Æquinoctiorum et Variationis Obliquitatis Eclipticæ, quæ pendere possunt ex situ Apogæi Lunæ, investigare.

Describat luna in plano Eclipticæ ellipsim $APBL$ (Fig. 6.) cujus centrum sit C , T focus quem Terra occupat, AB axis major, CD semiaxis minor, TL communis sectio planorum Æquatoris et Eclipticæ. Esto Luna in P , et ducantur TP , Tp quæ abscindant sectorem TPp motu lunæ horario descriptum. Centro T et radio semiaxi majori CA æquali describatur circulus HNO secans TP et Tp in N et n , atque in TL demittantur perpendiculara NI , nm , et in

in TA perpendiculum NR . Si luna in circulo HNO revolvi supponeretur, ubi ad locum N per-
tingerit, præcessio horaria æquinoctiorum vi lunæ
genita foret, per demonstrata in propositione primâ,
ut \overline{NI}^3 ; at præcessio illa crescit in ratione vis quâ
gignitur, et hæc vis est in ratione triplicatâ inversâ
distantiæ lunæ TP , adeòque præcessio horaria est ut
 $\frac{\overline{NI}^2}{\overline{TP}^3}$ five ut eadem quantitas $\frac{\overline{NI}^2}{\overline{TP}^3}$ ducta in sectorem

constantem TPp , hoc est, ut $\frac{\overline{NI}^2 \times Nn}{\overline{TP}}$ five ut $\frac{NI \times Im}{\overline{TP}}$;

fed ex naturâ ellipseos habetur $\frac{1}{TP} = \frac{\overline{CA}^2 + TC \times TR}{CA \times \overline{CD}^2}$:

unde tota præcessio genitâ quo tempore luna in orbe
suo revolvitur est ut summa quantitaturn $NI \times Im \times$
 $\frac{\overline{CA}^2 + TC \times TR}{CA \times \overline{CD}^2}$ in circulo, five (quia rejici potest ter-

minus ambiguus $+$ $\frac{TC \times TR}{CA \times \overline{CD}^2}$, utpote per alteram di-

midiam circumferentia circuli partem positivus, per
alteram dimidiam negativus) ut summa omnium in
circulo factorum $NI \times Im$, hoc est, ut area ipsa cir-
culi $HNOH$; ac proinde Præcessio Æquinoctiorum
in singulis lunæ revolutionibus manet eadem in quo-
libet Apogæi situ.

Variatio horaria inclinationis Eclipticæ, si luna
existeret in N revolvendo in circulo HNO , foret ex
demonstratis in prop. 3. ut $NI \times TI$: si verò trans-
feratur luna in P , eadem variatio erit ut $\frac{NI \times TI}{\overline{TP}^3}$ vel

ut $\frac{NI \times TI}{TP^3} \times TPp$, hoc est, ut $\frac{NI \times TI \times Nn}{TP}$ five,

ductâ nq parallelâ TI , ut $\frac{NI \times nq}{TP}$; proindeque, ob rationem mox datam, variatio Inclinationis Eclipticæ tempore revolutionis lunæ genita est ut summa omnium in circulo factorum $NI \times nq$, id est, nulla.

Hinc licité colligi videtur nullam ex situ Apogæi Lunæ five in motu Æquinoctiorum five in Obliquitate Eclipticæ induci variationem. *Q. E. I.*

SCHOLIUM I.

Ex præcedentibus liquet Terræ Polis geminos motus competere ab utrisque seorsim Solis et Lunæ, quatenus extra Æquatorem revolventium, viribus oriundos; alterum plano Eclipticæ parallelum, quo puncta Æquinoctialia in antecedentia continuò retrahuntur, ac propterea stellæ promoveri videntur in consequentia. Motus alter est ad planum Eclipticæ perpendicularis, quo Terræ Poli nutant et oscillantur accedendo ad polos Eclipticæ et ab eis recedendo per vices, atque inde mutatur Declinatio stellarum. Horum motuum quantitatem directè deduximus ab excessu altitudinis terræ ad Æquatorem supra altitudinem ejus ad polos, secundum duplicem hypotheseſim, quâ nempe excessus ille æſtimatur pars $\frac{1}{230}$ vel $\frac{1}{178}$ altitudinis totius, quæ hætenus est à Mathematicis potissimum usurpata. Si verò nota præſupponatur Nutatio terræ axis, quæ quatenus actioni lunæ debita statuatur æqualis $18''$, et inde quærantur motus reliqui, per propositiones supra traditas ii prodeunt, præſeſſio ſcilicet æquinoctiorum annua mediocris

cris vi folis genita $16''.24'''$, vi lunæ $33''.54'''$, æquatio præcessionis maxima vi folis $1''.23'''$, vi lunæ $16''.45'''$: Nutatio axis vi folis $1''.10'''$, manente nimirum terrâ uniformiter densâ.

Ut autem innotesceret quænam ex tribus recentis hypothefibus cum Phænomenis Cœlestibus maxime conveniret, tabulas pro singulis confeceram et inde supputaveram variationes declinationis stellarum illarum sex, quas exhibet *Bradleius* in Epistolâ suâ de Nutatione axis terræ in *Transf. Phil.* unde compertum et errores variationum computatarum intra arctiores limites contineri in hypothefi illâ, quâ Nutatio statuitur $19''.27''$ existente $\frac{178}{177}$ ratione terræ diametrorum. Quapropter tabulas hujus hypothefis proprias visum est hîc tradere, per Coroll. 2. prop. 1. et prop. 2. 3. et 4. ad partem primam decimalem minuti secundi constructas.

Æquatio Æquinoctiorum Solaris.				
☉	Sig. O	I	II	Subt.
ab γ	Sig. VI.	VII	VII	Subt.
°	"	"	"	
0	0.0	0.9	0.9	30
5	0.2	1.0	0.8	25
10	0.4	1.1	0.7	20
15	0.5	1.1	0.5	15
20	0.7	1.1	0.4	10
25	0.8	1.0	0.2	5
30	0.9	0.9	0.0	0
adde	Sig. V	IV	III	☉
adde	Sig. XI.	X	IX	ab γ

Æquatio Æquinoctiorum Lunar.				
☾	Sig. O	I	II	Subt.
ab γ	Sig. VI	VII	VIII	adde
°	"	"	"	
0	0.0	9.1	15.7	30
5	1.6	10.4	16.4	25
10	3.1	11.6	17.0	20
15	4.7	12.8	17.5	15
20	6.2	13.9	17.8	10
25	7.7	14.8	18.0	5
30	9.1	15.7	18.1	0
Subt.	Sig. V	IV	III	☾
adde	Sig. XI	X	IX	ab γ

Æquatio Obliq. Æclipticæ Solaris.					Æquat. Obliq. Æclipticæ Lunar.				
☉	Sig. O ad.	I ad.	II fub.		☾	Sig. O	I	II	adde
ab γ	Sig. VI ad.	VII. ad	VIII fub.		ab γ	Sig. VI	VII	VIII	Subt.
0	"	"	"	30	0	"	"	"	30
5	0.5	0.3	0.3	25	5	9.7	8.4	4.9	25
10	0.4	0.2	0.3	20	10	9.6	8.0	4.1	20
15	0.4	0.1	0.4	15	15	9.4	7.4	3.3	15
20	0.4	0.0	0.4	10	20	9.1	6.9	2.5	10
25	0.3	Subt.	0.4	5	25	8.8	6.2	1.7	5
30	0.3	0.2	0.5	0	30	8.4	5.6	0.8	0
		0.3	0.5				4.9	0.0	
	Sig. V. ad	IV fub.	III fub.	☉	Subt.	Sig. V	IV.	III	☾
	Sig. XI. ad	X fub.	IX fub.	ab γ	adde	Sig. XI	X	IX	ab γ

Jam ut pateat qualis fit Theoriæ cum Phænomenis consensus, subjiciemus computationes variationum stellarum sex prædictarum ex tabulis præcedentibus derivatas. Quam obtinent formam hujusmodi tabulæ apud *Bradleium*, eandem hic retinent, et quidem columnæ, prima secunda et quarta eadem sunt; Prima nempe indicat tempora Observationum, Secunda distantias stellarum à puncto in Sectore determinato mensuratas, Quarta Aberrationem lucis; Tertia autem hîc exhibet variationem declinationis ejusque stellæ ortam ex præcessione æquinoctiorum secundum priores duas tabulas suprà traditas æquatâ; Quinta exhibet variationem declinationis ortam ex Nutatione terræ axis five ex Æquatione Obliquitatis Æclipticæ e duabus tabulis posterioribus excerptâ et adhibitâ secundum stellæ ascensionem rectam; Sexta tandem exhibet distantiam stellæ mediam ad diem 27^{um} Martii an. 1727 à puncto sectoris in columnâ secundâ notato: hæc autem distantia colligitur ex numeris in columnis 2^a, 3^a, 4^a et 5^a scriptis et secundum

cundum sua signa ritè conjunctis : unde, si tum Observationes, tum æquationes motuum, essent omnes ad amissim accuratæ, omnes cujusque stellæ distantia in hac columnâ expressæ forent ubique æquales.

γ Draconis.	Dist. Aust. a' 38°. 25	Var. Decl. ex Præcef.	Aberratio Lucis	Var. Decl. ex Nurat.	Distantia media
1727 Septemb. 3	//	//	//	//	//
1728 Martii - 18	70.5	-0.4	+19.2	-10.1	79.2
Septemb. 6	108.7	0.9	-19.0	8.5	79.3
1729 Martii - 6	70.2	1.4	+19.3	9.1	79.0
Septemb. 8	108.3	1.8	-19.3	9.2	79.0
1730 Septemb. 8	69.4	2.3	+19.3	7.1	79.3
1731 Septemb. 8	68.0	3.2	19.3	4.3	79.8
1732 Septemb. 6	66.0	4.1	19.3	-1.1	80.1
1733 Augusti 29	64.3	4.9	19.3	+2.0	80.7
1734 Augusti 11	60.8	5.7	19.0	5.1	79.2
1735 Septemb. 10	62.3	6.4	16.9	7.5	80.3
1736 Septemb. 9	60.0	7.2	19.3	8.8	80.9
1737 Septemb. 6	59.3	7.9	19.3	9.2	79.9
1738 Septemb. 13	60.8	8.7	19.3	8.5	79.9
1739 Septemb. 2	62.0	9.4	19.3	6.7	78.6
1740 Septemb. 5	66.5	10.2	19.2	4.4	80.0
1741 Septemb. 2	70.8	11.0	19.6	+1.2	80.3
1742 Septemb. 5	75.4	11.8	19.2	-2.0	80.8
1743 Septemb. 2	76.7	12.6	19.3	5.2	78.2
1744 Septemb. 3	81.6	13.5	19.1	7.6	79.6
1745 Septemb. 17	86.3	15.3	19.2	10.1	80.1
1746 Septemb. 2	85.5	16.4	19.2	9.8	79.5
1747 Septemb. 2	86.1	17.2	19.2	8.4	79.7

35 ^a Camelopardalis Hevelii	Diff. Aut. a' 28° 25'	Var. Decl. ex Præcef.	Aberratio Lucis	Var. Decl. ex Nutat.	Diffantia media
1727 Octob. - 20	" 73.6	" +0.9	" -6.7	" +9.7	" 77.5
1728 Januar. - 12	60.8	1.3	+6.1	9.2	77.4
Martii - 1	57.8	1.6	+9.4	9.6	78.4
Septemb. 26	75.2	2.5	-8.8	8.9	77.8
1729 Februar. 26	56.4	3.2	+9.4	8.2	77.2
1730 Martii - 3	57.8	4.8	9.4	5.8	77.8
1731 Februar. - 5	59.1	6.1	8.5	+2.8	76.5
1733 Januar. - 31	64.1	9.2	8.2	-3.6	77.9
1733 Decemb. 30	61.8	16.8	4.3	6.9	76.0
1739 Februar. 4	56.9	16.9	8.5	6.0	76.3
1740 Januar. - 20	56.0	18.1	7.0	-3.6	77.5
1747 Februar. 27	32.3	28.7	9.4	+9.2	79.6

α Cassiopeæ	Diff. Aut. a' 34° 55'	Var. Decl. ex Præcef.	Aberratio Lucis	Var. Decl. ex Nutat.	Diffantia media
1727 Septemb. 9	" 55.0	" +10.2	" +2.2	" +1.1	" 68.5
1728 Septemb. 17	30.8	32.8	+4.6	1.0	69.2
1729 Junii - - 8	A 35.7	48.7	-16.3	0.7	68.8
Decemb. 3	B 9.4	59.1	+16.5	0.6	66.8
1730 Junii - 11	A 13.8	70.3	-15.2	0.4	68.3
Decemb. 9	B 30.8	80.7	+16.3	+0.3	66.5
1732 Januar. - 8	49.2	102.9	12.9	-0.1	66.5
1733 Januar. 21	64.8	123.1	+10.0	0.4	67.9
1734 Junii - - 13	62.8	148.5	-16.1	0.9	68.7
Decemb. 11	105.4	157.4	+16.2	1.0	67.2
1738 Decemb. 23	176.3	229.3	+15.2	0.8	67.1
1740 Junii - - 2	169.1	255.1	-16.5	-0.3	69.9
1747 Februar. 27	332.3	400.3	+00.2	+1.0	69.1

τ Persei	Diff. Aut. a' 38° 20'	Var. Decl. ex Præcef.	Aberratio Lucis	Var. Decl. ex Nutat.	Diffantia media
1727 Septemb. 16	" 60.1	" +8.2	" -3.2	" +6.3	" 71.4
Decemb. 29	39.7	13.5	+12.9	5.6	71.7
1728 Decemb. 21	22.5	30.4	12.8	4.8	70.5
1729 Decemb. 2	A 9.2	46.3	11.5	3.5	70.5
1731 Januar. - 3	B 8.2	64.6	12.8	+1.6	70.8
1732 Januar. - 8	22.0	80.7	12.7	-0.4	71.0
1733 Januar. 21	34.6	96.5	11.7	2.4	71.2
1738 Decemb. 23	117.0	179.4	12.8	4.4	70.8
1740 Januar. - 22	132.5	195.3	11.7	2.3	72.2

α Persei	Diff. Auf. a 41°. 5'	Var. Decl. ex Præcef.	Aberratio Lucis	Var. Decl. ex Nutat.	Diffantia media
1727 Decemb. 29	// 79.4	// +12.0	// +11.4	// +6.5	// 109.3
1728 Aprilis - 7	87.5	15.7	-00.8	6.8	109.2
Julii - - 5	94.6	20.0	-11.4	6.1	109.3
Decemb. 13	65.7	26.5	+10.6	5.6	108.4
1729 Decemb. 3	53.4	41.1	9.7	4.1	108.3
1731 Januar. - 3	38.6	57.2	11.4	+1.8	109.0
1732 Januar. - 8	26.8	71.4	+11.4	-0.5	109.1
1734 Julii - 11	A 21.3	104.4	-11.4	5.7	108.6
1738 Decemb. 24	B 56.3	159.1	+11.2	5.1	108.9
1740 Januar. - 21	71.8	173.1	10.9	-2.6	109.6
1747 Februar. 27	182.5	277.6	6.6	+6.7	108.4

η Ursæ Majoris	Diff. Auf. a 39°. 15'	Var. Decl. ex Præcef.	Aberratio Lucis	Var. Decl. ex Nutat.	Diffantia media
1727 Octob. 13	// 153.3	// -11.1	// + 1.0	// -4.0	// 139.2
1728 Januar. - 24	176.4	17.4	-17.6	3.3	137.6
Julii - 17	150.8	27.1	+17.8	3.5	138.0
Octob. - 11	170.6	31.2	+ 2.6	3.6	138.4
1729 Januar. - 16	196.6	37.2	-17.8	3.2	138.4
Julii - 21	170.4	47.4	+17.8	2.8	138.0
1730 Julii - 19	189.6	66.9	+17.8	1.7	138.8
Decemb. 28	232.4	75.3	-16.7	1.0	139.4
1731 Septemb. 18	218.1	88.4	+ 9.4	-0.4	138.7
1732 Januar. - 10	250.7	94.5	-17.7	+0.3	138.8
Aprilis 13	238.7	98.5	-00.8	0.4	139.8
1734 Julii - 11	255.7	137.8	+17.6	3.2	138.7
1735 Septemb. 10	280.8	156.5	+11.4	3.6	139.2
1736 Septemb. 8	294.7	172.6	11.6	3.8	137.5
1737 Julii - 3	303.0	186.0	17.2	3.9	138.0
1738 Junii - 29	319.0	202.0	16.8	3.3	137.0
1739 Aprilis 25	348.0	215.2	2.5	2.4	137.6
1740 Junii - 3	360.3	234.7	12.8	+1.2	139.6
1741 Septemb. 23	390.9	258.4	7.9	-0.8	139.6
1745 Septemb. 5	466.7	336.8	12.4	4.2	138.1
1746 Septemb. 20	492.0	358.8	8.8	4.1	138.7
1747 Septemb. 2	507.2	377.0	13.2	3.5	139.5

In hujusmodi igitur factâ collatione ea sanè elucet consonantia, quâ majorem sperari vix posse nemo non fatebitur ; quod utique manifeste arguit ab Ill. *Bradleio* et summâ cum solertiâ observationes fuisse institutas et mirâ perspicaciâ veram motuum observatorum detectam causam.

Sed et ne sciri fortè desideraretur quanta intercedat in duabus aliis hypothesibus Observationes inter et Theoriam discrepantia, non abs re esse putavimus medias stellarum earumdem distantias, quales ex Nutatione æquali 18" et 21".1 proveniunt, in sequentem tabulam congerere columnis sextis tabularum præcedentium respondentem.

Stellarum distantiae mediae in hypothet. Nutationis 18''							Stellarum distantiae mediae in hypothet. Nutationis 21'' ₁						
γ Dra.	35 ^a Camel.	α Caffiop.	β Perlei	α Perlei	η Uricae M.		γ Dra.	35 ^a Camel.	α Caffiop.	β Perlei	α Perlei	η Uricae M.	
"	"	"	"	"	"		"	"	"	"	"	"	
79.8	76.8	68.3	71.0	108.6	139.7		78.5	78.3	68.5	72.0	110.0	138.7	
79.8	76.7	68.8	71.1	108.6	137.8		78.6	78.3	69.3	72.4	110.0	137.3	
79.5	77.9	68.4	69.8	108.7	138.4		78.4	79.1	69.0	71.2	110.1	137.5	
79.4	77.3	66.3	69.9	107.7	139.1		78.4	78.4	67.0	71.3	109.2	137.9	
79.7	76.7	67.8	70.3	107.6	138.9		78.9	77.7	68.5	71.4	109.0	137.8	
80.0	77.5	65.8	70.6	108.6	138.5		79.6	78.1	66.6	71.4	109.5	137.5	
80.0	76.3	66.1	71.1	108.8	139.3		80.1	76.6	66.7	71.4	109.4	138.2	
80.5	78.1	67.5	71.4	108.7	139.9		81.0	77.5	68.0	70.2	108.4	138.8	
78.9	76.3	68.5	72.9	109.6	139.2		79.7	75.5	68.8	71.5	108.3	138.2	
79.7	76.7	67.0		110.2	139.6		81.0	75.6	67.3		109.0	138.3	
80.2	77.7	67.7		107.9	140.4		81.8	77.2	67.0		109.1	139.3	
79.0	79.1	70.3			138.5		80.3	80.3	69.7			138.6	
79.2		68.8			139.1		80.8		69.3			139.5	
78.0					137.0		79.4					137.8	
79.6					140.2		80.5					138.6	
80.1					136.4		80.5					137.7	
80.8					137.1		80.8					138.2	
78.3					138.9		77.9					140.1	
80.0					139.2		79.0					140.1	
80.9					138.4		79.4					137.8	
80.0					139.2		79.8					138.2	
80.3					140.1		79.2					139.0	

Unde et id deprehenditur, loca stellarum in hac duplici hypothefi determinata etiam a veris non ita multum abludere.

Supereft ut habeatur Præceffio Æquinoctiorum annua pro quolibet nodorum lunæ fitu, quæ per Coroll. prop. 2. computata, existente nutatione $19''$. $27'''$, exhibetur in tabula fequente.

Annua Præceffio Æquinoctiorum							
\odot ab Υ	Sig. O	I	II	III	IV	V	
0	"	"	"	"	"	"	
0	56.4	55.6	53.4	50.3	47.2	45.0	30
5	56.4	55.3	52.9	49.8	46.8	44.8	25
10	56.3	55.0	52.4	49.2	46.4	44.6	20
15	56.2	54.6	51.9	48.7	46.0	44.4	15
20	56.0	54.2	51.4	48.2	45.6	44.3	10
25	55.8	53.8	50.8	47.7	45.3	44.2	5
30	55.6	53.4	50.3	47.2	45.0	44.2	0
	Sig. XI	X	IX	VIII	VII	VI	\odot ab Υ

SCHOLIUM II.

Si nulla habeatur ratio æquationum, quas in Præceffione Æquinoctiorum et Nutatione axis terræ generat vis folis, confequitur ex prop. 2. et 4. motum Poli terreſtris fatis accurate fieri in ellipſi, cujus axis major, qui jacet in plano Coluri Solſtitiorum, eſt æqualis $19''\frac{1}{2}$ et axis minor $14''\frac{1}{2}$, atque angulum deſcribere circa centrum ellipſeos æqualem motui nodi lunaris.

Fortè arguet quis hypothefim, quam de denſitate terræ uniformi, ſimulque de ejufdem diametrorum ratione $\frac{178}{177}$ liberè uſurpavimus, cum utrumque unà conſiſtere non poſſit. Equidem, ſi ad rerum cognitionem

tionem summam attingere fas esset, Theoriam inde perfectam evadere non diffitemur. Sed, præterquam quòd quænam sit accurata diametrorum ratio et constitutio interna globi terraquei hætenùs non constet, atque etiam tædio nimis esset omnes, qui possunt casus diversæ densitatis excogitari, sigillatim discutere; non sequitur labefactari præcedentem theoriam, etiam si forte verum sit terram non esse uniformiter densam, neque proportionem diametrorum esse eam, quam adhibuimus. Nam, dato Æquinoctiorum motu medio à vi solis vel lunæ oruindo, patet ex propositionibus præcedentibus ritè inde determinari æquationes Præcessionis et Nutationis, quippe quæ in quacumque densitatis hypothese semper sunt proportionales prædicto motui medio, et legem constantem servant. Unde, si vel Æquinoctiorum Præcessionem vel axis terræ Nutationem ipsam, quæ reverà est, assumpsimus, quantumvis simus de terræ configuratione hallucinati, vera omnia et firma consistere videtur.

SCHOLIUM III.

Quamquam Poli Terrestris evagationes, quâ potuimus perspicuitate, ex suis causis deduximus ac demonstravimus; theoriam tamen ipsam constructione geometricâ breviter illustrare non pigebit, cum unica ad eas, quæ a sole pendent, altera ad illas, quæ à lunâ, exhibendas constructio sufficiat.

In circulo LRG (Fig. 7.) cujus centrum T , ducantur radii duo TL , TR , ad se invicem normales, et in TR sumpto puncto V , ità ut sit TV ad RV ut motus solis medius ad motum medium æquinoctiorum vi solis genitum, centro T et semiaxibus TL , TV de-

cribatur ellipsis LVG ; atque hoc pacto erit motus solis medius ad motum solis medium ab æquinoctio ut area ellipseos ad aream circuli, TR ad RV ut tangens obliquitatis Eclipticæ mediocris ad tangentem variationis totius ejusdem Obliquitatis. Et si exhibeat T terram, L punctum æquinoctiale, et in circulo ducatur radius quilibet TS ellipsim secans in P , erit motus æquinoctiorum ad motum solis medium, quo tempore sol ab æquinoctio degreditur per arcum LS , ut spatium SLP ad sectorem ellipticum PTL , et RV ad SP ut tangens variationis totius obliquitatis eclipticæ ad tangentem variationis tempore prædicto factæ, sive ut ipsa variatio prior ad variationem posteriorem quam proximè. Item ductâ ad circumulum rectâ PF parallelâ rectæ TR , cum sit angulus STL distantia solis vera ab æquinoctio, erit angulus FTL distantia ejusdem media, atque adeo erit angulus FTS æquatio motûs æquinoctiorum, et finis hujus anguli, ubi maximus est in octantibus æquinoctiorum, est ad radium ut RV ad $TR + TV$, ex naturâ ellipseos; in aliis locis ejusdem æquationis finis, vel etiam ipsa æquatio, est ut finis duplæ distantiae solis ab æquinoctio vel solstitio quam proximè. Ut hæc demonstrantur, motus solis ponatur uniformis, et recta TS ferri intelligatur circa centrum T cum summâ velocitatum solis et æquinoctii, atque in datâ temporis particulâ describat sectorem STs : hoc pacto si recta Ts secet ellipsim in p , et ducatur SH perpendicularis in TL , ex naturâ hujus ellipseos datur sector PTp , et areola $SPps$ est ut \overline{SH}^2 , id est, ut quadratum finis distantiae solis ab æquinoctio, atque in eadem ratione est etiam linea SP quam proximè. Conferantur hæc cum demon-

stratis

stratis in prop. 3. et in Coroll. 2. prop. 1, et patebit constructio. Hic autem motum æquinoctiorum vi lunæ debitum negligo, quia parvi momenti est; fin ejus habeatur ratio, pro motu medio solis substitui debet summa motûs medii solis et motûs medii æquinoctii vi lunæ geniti.

Jam inæqualitates eæ, quæ pendent à situ nodorum lunæ, ita ferè exhiberi possunt. Circuli *EAG* (Fig. 8.) radius *TE* dividatur in *C*, ita ut sit *TE* ad *TC* ut motus nodi ab æquinoctio ad motum æquinoctii vi lunæ genitum, et ut radius ad sinum inclinationis orbis lunaris ad Eclipticam conjunctim, atque centro *C*, foco *T*, et semiaxe majore *CB=TE* describatur ellipsis *BAD*. Tum si area tota circuli *EAGE* exponat revolutionem nodi ad idem æquinoctium, area *BAE* sive *ADG* diminuta in ratione radii ad tangentem duplicatæ inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem exprimet æquationem nodorum maximam quamproximè, et recta *BE* æqualis erit sinui æquationis maximæ Obliquitatis Eclipticæ ad radium *TE*. Insuper si *T* denotet terram, *E* punctum æquinoctii verni, et ad locum nodi ducatur recta *TP* occurrens circulo in *N* et ellipsi in *P*, æquatio æquinoctiorum eo tempore ad erit æquationem maximam ut spatium *BPNE* ad spatium *BAE*, et æquatio Obliquitatis Eclipticæ ad æquationem maximam ut recta *PN* ad rectam *BE*. Ubi nodus ultra Solstitium digressus pervenerit in *n*, ducto radio *Tn* secante el ipsim in *p*, æquatio æquinoctiorum eo in casu proportionalis est differentiæ spatiorum *ABE*, *Anp*, atque æquatio Obliquitatis Eclipticæ proportionalis linea *np* fit negativa. Cum enim perexigua sit excentricitas *TC*, ex naturâ ellipseos spatium *ABE* sive *ADG*, producto scilicet axe majore *BD*

donec fecet circulum in G , æquatur factò $TE \times TC$ quam proximè, et ductâ NH perpendiculari in TE , est spatium $BPNE$ ut NH et recta PN ut TH . His igitur collatis cum iis quæ demonstrata sunt in prop. 2 et 4, palam fiet constructio.

Hîc monitum volo, quod initio fieri oportuit, per motum solis vel nodi medium, de quo toties est sermo in propositionibus, intelligi debere motum solis vel nodi medium ab æquinoctio, id est, motum compositum ex motuum mediocrium vel summâ solis et æquinoctii, vel differentiâ nodi et æquinoctii. Quamvis enim motus ille æquinoctii tantillus sit præ motu solis vel nodi, ut in computo æquationum præcessionis æquinoctiorum vel nutationis axis terræ nulum ejus omisio inducat errorem sensibilem, hoc eò cavetur, ut accurata procedat propositionum demonstratio.

Denique Orbitæ Lunaræ ad Eclipticam inclinationem constantem supponere non dubitavi, licet variabilis sit; siquidem, cum variatio illa sit paucorum minutorum, atque aded æquationem nonnisi perexiguam hîc generare valeat, hujusmodi minutiis Theoriam implicare atque onerare nolui.

C. Walmesley.

De Inæqualitatibus motuum Terræ.

QUIBUS in motu suo Tellus nostra ob actionem Lunæ inæqualitatibus subjaceat, ab aliis jam ferè expensum habetur. Quæ verò perturbationes ex viribus planetarum reliquorum oriri possint, quia vix quidquam delibatum reperitur, ideò visum fuit harum investigationem juxta principia *Gravitatis Newtonianæ* instituere. Actiones quidem Mercurii, Veneris et Martis, ob horum corporum parvitatem et vires ignotas, prætermittimus; atque adeò ad solas Jovis et Saturni, præsertim Jovis planetarum omnium maximi, disquisitio nostra restringitur. Plana autem orbium horum planetarum, licèt ob mutuas actiones non penitus immota, in sequentibus tamen tanquam immota supponere fas erit, cum tantilla mutatio in motum terræ vix influere possit.

PROPOSITIO I. PROBLEMA.

Invenire vires Jovis et Saturni ad perturbandum motum Terræ.

Esto Sol in S , (Fig. 1.) Jupiter in I , Terra in T revolvens in orbe TOT ; jungantur SI , IT , ST , quarum ST fecit orbitam Lunæ HLH in L . Tum simile adhibendo ratiocinium, quo à *Newtono* determinatur actio solis in lunam, si SI exhibeat gravitatem solis in Jovem, ST exhibebit vim quâ Jupiter deprimit terram versùs solem quamproximè; gravitas autem solis in Jovem est ad gravitatem Jovis in solem paribus distantiiis, ex demonstratis apud *Newtonum*

tonum, ut 1 ad 1067, et gravitas Jovis in solem est ad gravitatem terræ in solem ut \overline{ST}^2 ad \overline{SI}^2 : tum est gravitas terræ in solem ad vim solis deprimentem lunam versus terram ut ST ad TL . Conjungantur hæ rationes, et prodibit vis Jovis deprimens terram in solem ad vim solis deprimentem lunam in terram ut \overline{ST}^4 ad $\overline{SI}^3 \times TL \times 1067$ quamproximè, sive, quia scribendo S et I pro temporibus periodicis terræ et jovis est \overline{ST}^3 , ad \overline{SI}^3 :: SS . II , ut $SS \times ST$ ad $II \times TL \times 1067$; atque in hac ratione est vis Jovis ad perturbandum motum terræ ad vim solis quâ perturbatur motus lunæ. Datur autem vis posterior, ergo et prior habebitur.

Quoniam est gravitas Saturni in solem ad gravitatem solis in Saturnum in æqualibus distantis ut 3021 ad 1, loco numeri 1067 in præcedenti computo substituiatur 3021 et loco revolutionis Jovis ea Saturni, atque habebitur ratio vis Saturni in terram ad vim solis in lunam. Q. E. I.

COROLL.

Quoniam errores lineares ex viribus diversis oriundi sunt ut vires ipsæ et quadrata temporum conjunctim, et errores angulares ut ipsi lineares applicati ad orbium radios, sequitur errores angulares terræ annuos e sole spectatos esse, ad errores angulares lunæ lunæ menstruos e terrâ spectatos in ratione compositâ, in ratione directâ virium Jovis in terram et solis in lunam ac duplicatâ temporum periodicorum terræ circa solem et lunæ circa terram conjunctim, et ex ratione inversâ radiorum ST , TL , id est, si scribatur L pro tempore periodico lunæ, ex supra demonstratis,

stratis, ut S^4 ad $II \times LL \times 1067$ five ut 1 ad $\frac{II}{SS} \times \frac{LL}{SS} \times 1067$. Quamobrem hi errores in dato tempore, v. g. in certo annorum numero erunt ad se invicem ut 1 ad $\frac{II}{SS} \times \frac{L}{S} \times 1067$; hoc est, inæqualitates motûs terræ sunt ad inæqualitates motûs lunæ in tempore dato in ratione compositâ, ex ratione duplicatâ temporis periodici terræ ad tempus periodicum Jovis, ex ratione simplici temporis periodici terræ circa solem ad tempus periodicum lunæ circa terram, et ex ratione gravitatis in Jovem ad gravitatem in solem, conjunctim. Existentibus igitur temporibus periodicis, ovis Jdierum 4332,514; terræ 365,2565; lunæ 27,3215; erunt inæqualitates motûs terræ vi Jovis ad inæqualitates motûs lunæ in tempore dato in ratione 1 ad 11229,4.

Pro revolutione Jovis ponatur revolutio Saturni, dierum scilicet 10759,275; et pro 1067 adhibeatur numerus 3021, eruntque inæqualitates motûs terræ vi Saturni genitæ ad inæqualitates motûs lunæ in dato tempore ut 1 ad 196076,5. Et inde prodit vis saturni ad vim Jovis ad perturbandum motum terræ ut 1 ad 17,46.

PROPOSITIO II. PROBLEMA.

Determinare motus Nodorum et Apfidum Orbis Terrestris.

Per motum nodorum orbis terrestris intelligo motum lineæ intersectionis orbium terræ et Jovis vel Saturni factum in plano orbis Jovialis vel Saturnii. Motus nodorum lunæ in anno sidereo juxta Astronomos est $19^{\circ}. 20'. 32''$, et hic motus ductus in 100 et dimi-

diminutus in ratione 1 ad 11229,4 per Coroll. prop. præced. fit $10'. 20'' . 5'''$, qui auctus in ratione cosinus inclinationis orbis Jovialis ad Eclipticam ad cosinum inclinationis orbis lunaris, id est, in ratione cosinus anguli $1^{\circ} . 19' . 10''$ ad cosinum anguli $5^{\circ} . 8' \frac{1}{2}$, evadit $10'. 22'' . 26'''$. Hic igitur est motus nodorum terræ regressivus in plano orbis Jovialis in annis centum sideriis ex vi Jovis. Tum minuatur motus iste $10'. 22'' . 26'''$ in ratione 1 ad 17,46, et prodibit motus nodorum, quem eodem tempore generat vis Saturni in plano sui orbis sive etiam in plano orbis, Jovialis proximè, æqualis $35'' . 39'''$. Motus igitur nodorum terræ totus ex viribus conjunctis in annis centum in plano orbis Jovialis est $10'. 58''$ circiter in antecedentia.

Eadem prorsus ratione colligi potest motus Aphelii terræ: erit enim et hic motus, quatenus ex vi Jovis oritur, ad motum Apogæi lunæ in dato tempore ut 1 ad 11229,4; adeoque si apogæum lunæ conficiat annuatim $40^{\circ} . 40' . 43''$ in consequentia, aphelium terræ conficiet annuatim $13'' . 3''' . 28^{iv}$ et in annis centum $21'. 44''$ etiam in consequentia. Deinde imminutus hic motus in ratione 1 ad 17,46 fiet $1'. 14'' \frac{1}{2}$ quem generat vis Saturni; atque horum motuum summa sive totus aphelii terræ motus progressivus in annis centum evadit $22'. 58'' \frac{1}{2}$, et motus annuus $13'' . 47'''$. Hoc autem congruit cum tabulis celebrioribus Astronomicis, quæ progressum Aphelii terræ annum vulgò exhibent plus minus $1'. 3''$, hoc est, ablato motu regressivo $50''$ æquinoctiorum, $13''$. *Q. E. I.*

COROLL. I.

Errores lineares planetarum Jove inferiorum erunt in singulis eorum revolutionibus proximè ut vires Jovis in eos exercitæ et quadrata temporum revolutionum conjunctim; et quia plana horum orbium à se invicem et à plano orbis Jovis parum divergunt, vis Jovis ad perturbandum singulorum motus est ut distantiae cujusque planetæ à sole, unde eorum errores angulares erunt in singulis revolutionibus ut quadrata temporum periodicorum, ac proinde in tempore dato ut ipsa tempora periodica, sive in ratione sesquuplicatâ distantiarum ipsorum à sole. Quare posito motu nodorum terræ in annis centum $10'. 22''\frac{1}{2}$ ex vi Jovis in antecedentia, et $35''\frac{1}{2}$ ex vi Saturni, uti supra definitum est; et existente periodo Martis dierum 686,9785; Veneris 224,701; et Mercurii 87,9692; confit tabella sequens.

Mot. Nodor. in annis 100	Ex vi Jovis	Ex vi Saturni	Mot. totus regressivus
Martis - -	$19'. 30''$ -	$1'. 7''$ - -	$20'. 37''$
Veneris -	$6. 23$ -	$0. 22$ - -	$6. 45$
Mercurii -	$2. 29\frac{1}{2}$ -	$0. 8\frac{1}{2}$ - -	$2. 38$

Pariter si aphelium terræ in annis centum vi Jovis conficiat $21'. 44''$ in consequentia, et vi Saturni $1'. 14''\frac{1}{2}$, habebuntur pro reliquis planetis

Mot. Aphel. in annis 100	Ex vi Jovis	Ex vi Saturni	Mot. totus progressivus
Martis -	$40'. 52''\frac{1}{2}$ -	$2'. 20''\frac{1}{2}$ -	$43'. 13''$
Veneris -	$13. 22$ - -	$0. 46$ - -	$14. 8$
Mercurii -	$5. 14$ - -	$0. 18$ - -	$5. 32$
Vol. 49.	5 B		Newtonus

Newtonus quidem in scholio ad prop. 14. lib. 3. Phil. Nat. hos Apheliorum motus minores statuit, sed ideo quod motum Aphelii Martis, ex quo cæteros derivat, assumpserit, ceu ex Observationibus, æqualem $33'.20''$ in annis centum: verum suspicor hunc Aphelii Martis motum per Observationes nondum accuratè compertum haberi. Quin et discrepantia tabularum Astronomicarum dubium injicit de velocitate Apheliorum et Nodorum Planetarum penè omnium non adhuc certò constare apud Astronomos. Sed hæc non sunt hujus instituti.

COROLL. II.

Designet IDd (Fig. 2.) orbitam Jovis, DE eclipticam quæ post centum annos situm habeat dE , translato nodo à D in d : ducto arcu Dg perpendiculari in dE , erit Dd ad Dg ut radius ad finem inclinationis orbis Jovialis ad eclipticam, hoc est, ut radius ad finem anguli $1^\circ.19'.10''$; adeoque existente $Dd = 10'.58''$, ut supra definitum est, erit $Dg = 15''.9'''$. Unde spatio annorum centum Ecliptica mutat latitudinem suam (si ita loqui fas est) quantitate $15''.9'''$, vel potius stella in communi sectione Eclipticæ et orbitæ Jovis locata paulatim ab Eclipticâ recedere cernetur ità ut post centum annos ab eâ distabit angulo $15''.9'''$, atque ità per multa secula ferè æqualiter augebitur hujus stellæ latitudo: quin et tantundem augebuntur vel minuentur latitudines stellarum omnium parem cum nodis Jovialibus longitudinem habentium. Hæ igitur fixæ à tempore Hipparchi, id est, per annos 1900 circiter, latitudinem suam mutarunt quinque penè minutis primis. Pariter cum

arcus

arcus omnes inter circulos DE , dE , comprehensi ad circulum dE perpendiculares sint ut finus distantiarum ipsorum à puncto E , sive ut cosinus distantiarum ipsorum à nodo Jovis, incrementum decrementum latitudinis stellæ cujuslibet erit ad $15''.9'''$ ut cosinus differentiæ longitudinum stellæ ipsius et nodi proximi Jovis ad radium; ac proinde, datâ semel longitudine tum stellæ tum nodorum Jovis, dabitur variatio latitudinis stellæ pro tempore quolibet. Ex hoc principio computavimus variationem latitudinis siderum pro singulis quinque gradibus longitudinis, qualis exurgere debeat lapsu sæculi proximè venturi ab anno 1750 incipientis ad annum 1850 absolvendi; in hypothesi quod nodus Jovis ascendens anno 1800 occupabit nonum gradum Cancræ, sicuti in tabulis Astronomicis ferè habetur.

Variatio Secularis latitudinis stellarum in parte Eclipticæ Boreali existentium												
Longi- tudo Stellar.	O'	VI	II	VIII	IV	X	I	VII	III	IX	V	XI
	adde	Subt.	adde	Subt.	adde	Subt.	adde	Subt.	adde	Subt.	adde	Subt.
0	"	'''	"	'''	"	'''	"	'''	"	'''	"	'''
9	0.	0	13.	8	13.	8	7.	35	15.	9	7.	35
14	1.	19	13.	44	12.	25	8.	41	15.	6	6.	24
19	2.	38	14.	14	11.	36	9.	44	14.	55	5.	12
24	3.	55	14.	38	10.	43	10.	43	14.	38	3.	55
29	5.	12	14.	55	9.	44	11.	36	14.	14	2.	38
Longi- tudo Stellar.	I	VII	III	IX	V	XI	II	VIII	IV	X	O	VI
	adde	Subt.	adde	Subt.	adde	Subt.	adde	Subt.	adde	Subt.	Subt.	adde
4	6.	24	15.	6	8.	41	12.	25	13.	44	1.	1
9	7.	35	15.	9	7.	35	13.	8	13.	8	0.	0
Pro stellis Australibus mutanda sunt signa additionis et subtractionis.												

Hic locus effert consensum Theoriæ cum Phænomenis ostendere: sed præterquam quod id vetat inopia Observationum antiquorum satis accuratè habitarum; inesse stellis quibusdam motum aliquem, quem discernere oporteret, magis notabilem advertit Ill. Bradleius, quemque à qualicumque mutatione in motu terrestri non pendere existimat. Itaque in Phænomeni hujus elucidationem ulteriori ope ab Astronomis sperandâ indigemus.

PROPOSITIO III. PROBLEMA.

Variationem Obliquitatis Eclipticæ ex viribus prædictis oriundam determinare.

Quando-

Quandoquidem ex propositione præcedente Ecliptica sensim mutat situm suum, inde generatim patet variari etiam debere inclinationem ejus ad Æquatorem: qualis autem et quanta sit Variatio hæc ut investigemus, fit VED (Fig. 3.) Ecliptica, $\mathcal{J}D$ orbis Jovis secans eclipticam in D , $\mathcal{Q}L$ Æquator, et L punctum Æquinoctiale. Sunt DE et LV quadrantes circuli, et si per temporis particulam intelligatur nodus D transferri motu suo medio in d , circulus dEt descriptus per puncta d , E , exhibebit situm eclipticæ elapso illo tempore; et si in eundem demittantur perpendiculara Dg , Vt , posterius Vt exhibebit variationem obliquitatis eclipticæ eodem tempore genitam. Scripto igitur s pro sinu inclinationis orbis Jovis ad Eclipticam, existente radio 1, erit in triangulo Ddg , $Dd:Dg::1:s$; sed est $Dg:Vt::1:\text{Sin. } EV$; unde erit $Dd:Vt::1:s \times \text{Sin. } EV$; at ob $DE=LV$, est $DL=EV$, adeoque fit $Dd:Vt::1:s \times \text{Sin. } DL$, hincque patet variationem momentaneam obliquitatis Eclipticæ esse ut sinus distantie nodi Jovis ab Æquinoctio.

Ducatur jam LC ad centrum sphaeræ C , et in LC perpendicularum DK ; atque ob motum regressivum tum nodi D tum æquinoctii L , velociorem autem æquinoctii quam nodi, puncta D , L , ad se mutuò accedunt vel a se recedunt differentiâ velocitatum: fingamus igitur alterutrum v.g. nodum D moveri cum hac differentiâ velocitatum, stante æquinoctio L immoto, et esto De arcus quam minimus hac velocitatum differentiâ descriptus, et in LC demisso perpendicularo ek , habetur $De:Kk::1:DK$ vel $\text{Sin } DL$, unde est $Dd:Vt::De:s \times Kk$, et summa variationum omnium Vt , quo tempore punctum D differentiâ prædictâ velocitatum descripserit arcum

quena-

quemvis DH , erit ad summam totidem motuum nodi D , id est, variatio obliquitatis eclipticæ eo tempore genita erit ad motum nodi, ut summa omnium Kk ducta in sinum s ad summam totidem arcuum De , hoc est, ducto in LC perpendiculo HM , ut factum $s \times KM$ ad arcum DH . Si denotaverit igitur N motum nodi Jovis, quo tempore descriptus fuerit arcus DH , variatio inclinationis Eclipticæ ad Æquatorem eodem tempore genita erit $\frac{N \times KM \times s}{DH}$ Hinc-

que cum $\frac{N}{DH}$ exprimat rationem motûs nodi ad differentiam motuum nodi et æquinoctii, et KM fit differentia vel summa cosinum distantiarum punctorum D et H ab æquinoctio, prout puncta K et M jaceant ad easdem vel diversas partes centri C , nascitur Theorema sequens: *Est radius ad sinum inclinationis orbitæ Jovis ad Eclipticam ut differentia vel summa cosinum distantiarum Nodi ab Æquinoctio in principio et fine temporis dati ad sinum quendam; deinde, est differentia motuum Nodi et Æquinoctii ad modum nodi ut sinus mox inventus ad sinum Variationis Obliquitatis Eclipticæ.*

Pro nodo et inclinatione orbitæ Jovis substituantur nodus et inclinatio orbitæ Saturni, atque idem Theorema dabit variationem Obliquitatis Eclipticæ quam generat Saturnus. *Q. E. I.*

COROLL. I.

Nodus D in dictâ figurâ est nodus descendens Jovis, et L punctum Æquinoctii Verni; unde et ex ratiocinio problematis patet, quamdiu nodus D et æquinoctium L ad se accedunt, decrescere inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem; eandem autem

crefcere, ubi prædicti nodus et æquinoctium recedunt à fe invicem : vel, quod eodem recidit, in transitu nodi afcendentis orbis Jovialis ab Æquinoctio Vernali ad Autumnale femper minuitur Obliquitas Eclipticæ, et in transitu ejufdem nodi ab Æquinoctio Autumnali ad Vernale augetur.

COROLL. II.

Si puncta *D* et *H* fuerint fita ex diverfis partibus puncti Æquinoctialis, id eft, fi nodus intra tempus propositum tranferit per Æquinoctium, patet ex Coroll. præced. Obliquitatem Eclipticæ partim creviffe partim decreviffe : quo in cafu incrementi ac decrementi differentia dabitur per Theorema fuperius ; fed et habebitur horum fumma five variatio tota Obliquitatis eo tempore genita, fi loco differentiæ vel summæ cofinum distantiarum nodi ab æquinoctio fubftituatur in Theoremate prædicto fumma finuum verforum earundem distantiarum, ut fatis patet.

Ratiocinium utriufque Corollarii obtinet etiam pro Saturno.

SCHOLIUM I.

Cum fuerit multum difceptatum inter Aftronomos et veteres et recentiores de variâ vel constanti Eclipticæ Obliquitate, et neminem noverim, qui Phænomenon hoc juxta leges gravitatis expenderit, hac propofitione lubuit ejus investigationem pertentare.

Porrò cum nodus afcendens Jovis nunc temporis verfatur in figno Cancrî, patet per Coroll. I. propofitionis hujus à multis feculis femper decreviffe Obliquitatem Eclipticæ. Sed ut fpecialius hoc exponatur:

tur: Motus secularis nodi Jovialis ex prop. 2. est $10^{\circ}.22''\frac{1}{2}$, et motus æquinoctii, annuo existente $50''$, eodem tempore est $10^{\circ}.23'.20''$, adeoque differentia motuum nodi et æquinoctii est ad motum nodi ut 7,0331 ad 1; quare tempus transitus nodi ab æquinoctio verno ad autumnale, quod constituit terminum imminutionis Obliquitatis Eclipticæ, erit annorum 14803, sepositâ acceleratione modicâ vi Saturni debitâ: existente igitur nunc nodo Jovis in $8^{\circ}\frac{1}{3}69$, ab annis 8000 (si tanta supponatur Mundi ætas) decrevit Eclipticæ Obliquitas, ac per annos 6000 et amplius decrescere debet, nec nisi post periodum annorum 29606 pristinum situm recuperabit. Tota verò imminutio, quam prædicto tempore in Obliquitate Eclipticæ generare potest vis Jovis, prodit per Theorema in propositione traditum $22'.30''$. Hæc igitur est variatio maxima.

Si desideretur decrementum factum in Obliquitate Eclipticæ spatio annorum mille proximè elapsorum, ità facile computabitur. Motus nodi Jovis ex prop. 2. in annis mille est $1^{\circ}.43'.44''$; præcessio autem æquinoctiorum eodem tempore $13^{\circ}.53'.20''$, atque horum motuum differentia $12^{\circ}.9'.36''$; unde posito loco nodi initio anni 1755 in $8^{\circ}.20'$ Cancri juxta tabulas Astronomicas Cl. *Halleii*, distantia nodi ab æquinoctio initio et fine temporis dati fuerunt $93^{\circ}.49'.36''$, et $81^{\circ}.40'$: indeque per Theorema præfatum prodit decrementum quæsitum ex vi Jovis $2'.22''.56'''$. Simili modo motus nodi Saturnii ex prop. 2. in annis mille est $5'.56''\frac{1}{2}$; unde differentia inter motum nodi et motum æquinoctii est ad motum nodi ut 139,265 ad 1: distantia autem nodi ab æquinoctio initio et fine temporis dati, posito nodo juxta

juxta easdem tabulas in $21^{\circ}.21'.36''$ Cancrî initio anni 1755, hac ratione forent $68^{\circ}.38'.24''$ et $82^{\circ}.25'.48''$; hincque, existente inclinatione orbis Saturni ad Eclipticam $2^{\circ}.30'.10''$, per idem theorema decrementum vi Saturniâ genitum exurgit $15''.2'''$. Adeòque decrementum totum Obliquitatis Eclipticæ annis mille proximè elapsis factum ex viribus conjunctis Jovis et Saturni evadit $2'.38''$. A tempore igitur *Hipparchi* imminuta est Obliquitas Eclipticæ minutis circiter quinque primis.

Haud secùs, si nodus Jovis ascendens initio anni 1750 constituitur in $8^{\circ}.15'.50''$ 69, et nodus Saturni in $21^{\circ}.20'.6''$ 69, prout exhibent tabulæ *Halleianæ*, computatur tabellâ sequens

Ab anno ineunte	Ad annum incuntem.	Decrem. Obliq. Ecl. vi Jovis	Decrem. Obliq. Ecl. vi Saturn.	Totum Decrem. Obliq. Eclipt.
1750	1800	- $7''.6'''$	- - $0''.44'''$	- - $7''.50'''$
1800	1900	14. 9	- - 1. 27	- - 15. 36
1900	2000	14. 5	- - 1. 26	- - 15. 31

Collatio Theoriæ cum Phænomenis.

Ut adæquata theoriæ cum phænomenis collatio institueretur, Observationes Veterum consulendæ forent et cum Nuperis comparandæ; sed illæ imperfectiores sunt quam quæ in minutis hujusmodi quantitativis definiendis inserviant. Recentiorum itaque unam et alteram, minùs adeò idoneas, afferre sufficiat.

1°. Refert Cl. *Le Monnier* in Actis Acad. Paris, an. 1738 altitudinem centri solis in solstitio æstivo versantis anno 1669 à *Picarto* Parisiis mensuratam fuisse $64^{\circ}.39'.0''$, et anno 1670 $64^{\circ}.38'.58''$: mediam sumamus $64^{\circ}.38'.59''$. Ipsemet *Le Mon-*

nier solis limbi superioris altitudinem (uti habetur in actis ejusdem Acad. an 1743) in solstitio æstivo anni 1743 reperit $64^{\circ}.54'.35''$, adeoque altitudinem centri solis $64^{\circ}.38'.45''$. Locus autem nodi ascendentis lunæ medio *Picarti* Observationum tempori respondens erat $27^{\circ}.7'$ circiter, et $16^{\circ}.8'$ tempore solstitii æstivi anni 1743: unde in priori casu Nutatio axis Terrestris erat $8''$, totâ existente $18''$, et in posteriori $6''.15'''$; atque his quantitibus respectivè ablatis, altitudo solis prior evadit $64^{\circ}.38'.51''$, posterior $64^{\circ}.38'.38''.45'''$, quarum differentia $12''.15'''$ est decrementum factum in obliquitate mediocri Eclipticæ intervallo annorum $73\frac{1}{2}$. Per propositionem nostram decrementum vi Jovis genitum pro eodem temporis intervallo est $10''.27'''$, et vi Saturni $1''.5'''$: Totum igitur decrementum Obliquitatis Eclipticæ juxta theoriam fit $11''.32'''$.

2^o. Ex Observationibus *Waltheri* solertissimè inter se comparatis colligit acutissimus Astronomus *De La Caille* (in Actis Acad. Paris. an. 1749) inclinationem Eclipticæ ad Æquatorem circa annum 1496 fuisse $23^{\circ}.29'.32''$, quæ nunc temporis æstimatur $23^{\circ}.28'.30''$, adeoque annis 260 decrevit Obliquitas Eclipticæ minuto uno primo circiter. Per Theoriam nostram decrementum illud vi Jovis foret $37''.2'''$, et vi Saturni $3''.50'''$; unde decrementum totum tempore prædicto evaderet $40''.52'''$ sive $41''$ circiter. Si loco tabulæ refractionum *Cassinianæ Newtonianæ* usurparetur, Obliquitas Eclipticæ ex Observationibus *Waltheri* deducta minor evaderet minutis aliquot secundis, adeoque ad determinationem nostram propius accederet. Cæterum propter incertitudinem refractionum et latitudinum locorum, ex Observationibus in Solstitiis

stitiis *Æstivalibus* eodem loco habitis Variatio Obliquitatis *Eclipticæ* tutissimè definiri videtur.

Si variatio ex *Observationibus* tandem accuratè derivata superaverit, uti in exemplis allatis, variationem, quam assignat hæc theoria, excessus ille debitus erit actionibus planetarum Martis et Veneris, quæ quidem, cum amborum nodi ascendentes intra prima sex signa versentur, ad imminuendam Obliquitatem *Eclipticæ* etiam conspirant. Quapropter, siquando *Observationibus* accuratè poterit innotescere tam hæc variatio quam progressus *Aphelii* terræ, planetarum item Martis ac Veneris tum demum et vires cognoscere et moles ponderare licebit.

PROPOSITIO IV. PROBLEMA.

Motum *Æquinoctiorum* causis prædictis debitum determinare.

Hîc non investigatur motus puncti *Æquinoctialis*, quatenus *Æquator* terræ ob materiam ibi redundantem vi Jovis et Saturni mutaret situm suum respectu *Eclipticæ*, quemadmodum viribus Solis et Lunæ fieri innotescit; hujusmodi enim mutatio ex actionibus Jovis vel Saturni oriunda omninò debet esse insensibilis: sed motum illum *Æquinoctii* quærimus, qui oritur ex variatione, quam fieri in situ plani *Eclipticæ* suprâ monstravimus.

Iisdem igitur manentibus ac in propositione præcedente, ex puncto *m* ubi *Æquator* secat circulum *dE* demittatur in *DE* perpendicularum *mn*, et quia est $Dg \underline{mn} :: 1 : \text{Cos. } DL \text{ five } CK, \text{ et } Dd : Dg :: 1 : s,$

erit $Dd:mn::1:s \times CK$, vel ducto radio CS perpendiculari ad CL , et ad CS rectis perpendicularibus DR , *er*, HG , erit $Dd:mn::De:s \times Rr$; adeoque erit summa omnium mn , quo tempore differentiâ motuum $\text{\AA}equinoctii$ et Nodi describitur arcus DH , ad summam totidem Dd ut summa omnium Rr ducta in s ad summam totidem arcuum De , hoc est, ut factum $s \times RG$ ad arcum DH . Igitur summa omnium mn , id est, Latitudo puncti $\text{\AA}equinoctialis$, ut itâ dicam, sive distantia ejus à plano DCE spectato ut immoto, est æqualis $\frac{N \times RG \times s}{DH}$, exhibente scilicet N motum nodi, quo tempore describitur arcus DH . Unde, cum RG æquetur differentiæ vel summæ sinuum arcuum DL , HL , prout puncta R , G , jaceant ad easdem vel diversas partes centri C , circulo ID exhibente orbitam vel Jovis vel Saturni, confit Theorema sequens: *Est radius ad sinum inclinationis orbitæ Jovis vel Saturni ad Eclipticam, ut differentia vel summa sinuum distantiarum nodi ab $\text{\AA}equinoctio$ in principio et fine temporis dati ad sinum quemdam: deinde, est differentia motuum Nodi et $\text{\AA}equinoctii$ ad motum nodi ut sinus mox inventus ad sinum variationis Latitudinis puncti $\text{\AA}equinoctialis$. Vel etiam quia variatio Obliquitatis Eclipticæ est ex propositione præcedente æqualis $\frac{N \times KM \times s}{DH}$, et varia-*

*tio Latitudinis puncti $\text{\AA}equinoctialis$ æqualis $\frac{N \times RG \times s}{DH}$, habetur illud alterum Theorema: *Est variatio Latitudinis puncti $\text{\AA}equinoctialis$ ad variationem Obliquitatis Eclipticæ ut summa vel differentia sinuum distantiarum nodi ab $\text{\AA}equinoctio$ initio et fine temporis dati**

ad

ad summam vel differentiam cosinuum earundem distantiarum.

Tum, quia est semper Ln ad mn ut cosinus inclinationis *Eclipticæ* ad *Æquatorem* ad ejusdem inclinationis sinum, sive ut radius ad tangentem ejusdem inclinationis, erit summa omnium Ln tempore dato, hoc est, variatio puncti *Æquinoctialis* secundum Longitudinem a puncto fixo in plano DCE mensuratam ad ejusdem variationem secundum Latitudinem in eadem ratione, ideoque datur. *Q. E. I.*

COROLL.

Hinc sequitur variationem puncti *Æquinoctii Verni* secundum latitudinem à plano immoto computatam semper fieri Boream versus in transitu nodi ascendentis Jovialis vel Saturnii à Solstitio *Æstivo* ad *Hybernium*, et Austrum versus ubi idem nodus transit a Solstitio *Hyberno* ad *Æstivum*. Contrarium dici debet de puncto *Æquinoctii Autumnalis*: variationem autem puncti *Æquinoctialis* secundum longitudinem à loco dato in plano illo immoto numeratam fieri in priori casu contra, in posteriori secundum seriem signorum; hoc est, in priori casu regreditur *Æquinoctium*, in posteriori progreditur.

Si puncta D et H sita fuerint ex diversis partibus puncti Solstitialis, id est, si per tempus propositum Nodus transferit in signum *Canceri* vel *Capricorni*, Theoremata in propositione tradita dabunt differentiam variationum contrarium puncti *æquinoctialis*; sed et summa ipsarum quo pacto haberi possit facile patet.

SCHOLIUM.

Quum in decursu annorum mille proximè elap-
 forum nodus Jovis ascendens subierit signum Cancrī,
 ac propterea Variationes præfatæ non in eundem toto eo
 tempore factæ fuerint sensum, quæramus quales eva-
 serint per annos quingentos ab initio anni 1755 re-
 trorsum numeratos: quo in casu differentia motuum
 nodi Jovialis et æquinoctii, per scholium prop. præ-
 cæd extitit $6^{\circ}.4'.48''$; unde cætera, ut ibi, prose-
 quendo prodit per utrumvis theorema in propositione
 hac traditum Variatio puncti æquinoctii Verni se-
 cundum latitudinem Boream versùs æqualis $6''.37'''$,
 hincque variatio secundum longitudinem æqualis
 $15''.14'''$, vi Jovis.

Addantur in priori casu pro vi Saturni $2''.26'''$, et
 in posteriori $5''.36'''$, atque evadet tota variatio
 puncti æquinoctialis secundum latitudinem annis
 quingentis proximè elapsis facta æqualis $9''.3'''$, et
 Retrogressio ejusdem puncti $20''.50'''$. Hujusmodi
 igitur Variationes nonnisi perlongo tem poris inter-
 vallo sensibiles fiunt.

PROPOSITIO V. PROBLEMA.

Errorum Terrestrium æquationes investigare.

Errorum angularium Æquationes maximæ, cum
 et ipsæ sint errores angulares, sunt directæ ut vires et
 quadrata temporum, quibus generantur, conjunctim,
 et inversè ut orbium diametri; ideòque sunt ut ipsi
 errores sive motus, quorum sunt æquationes, tem-
 poribus istis geniti: tempora autem ipsa sunt quam-
 proximè ut æquationum periodi. Unde ob datos
 motuum lunarium et terrestrium errores, æquatio-
 numque

numque periodos, ex datis errorum lunarium æquationibus per analogiam eruentur æquationes errorum terrestrium.

Sic, periodus æquationis Apogæi lunaris et Variationis Æquationis centri lunæ cum sit proportionalis revolutioni solis ad Apogæum lunæ, ac propterea ob similitudinem virium similiter applicatarum periodus æquationis Aphelii terræ et Variationis æquationis centri proportionalis esse debeat revolutioni Jovis ad terræ Aphelium, erunt æquationes istæ lunares ad æquationes hæc terræ similes, ut motus Apogæi lunaris tempore revolutionis solis ad lunæ apogæum, ad motum Aphelii terræ tempore revolutionis Jovis ad ipsum terræ Aphelium, hoc est, existente motu medio Apogæi lunaris annuo $40^{\circ}.40'.43''$ et motu annuo Aphelii terræ supra invento $13''.2'''$. 28^{iv}, ut $45^{\circ}.51'.40''$ ad $2'.34''.42'''$. Quare positâ variatione totâ æquationis maximæ centri lunæ æquali $2^{\circ}.41\frac{1}{2}'$ prout feré habetur in tabulis Astronomicis, erit variatio æquationis maximæ centri Terræ five Solis $9''.4'''$.

Denotet igitur \mathcal{A} æquationem centri solis maximam mediocrem, eritque $\mathcal{A}+4''.32'''$ æquatio maxima, et $\mathcal{A}-4''.32'''$ æquatio minima; atque his æquationibus dabuntur etiam excentricitates congruæ.

Tum, quemadmodum variatio æquationis maximæ centri lunæ crescit in ratione duplicatâ sinûs distantiae Apogæi lunaris à quadraturis suis cum sole, ita variatio æquationis maximæ centri solis, id est, incrementum æquationis minimæ augetur in ratione duplicatâ sinus distantiae aphelii terræ a quadraturis suis cum Jove: five, variatio æquationis mediæ est ad semissimam

missam variationis totius, nempe ad $4''.32'''$, ut cosinus duplæ distantiae Jovis ab Aphelio terræ ad radium; et additur æquationi mediæ, ubi linea Apsidum Orbis magni pergit ab octantibus suis cum Jove ad syzygias, vel a syzygiis ad octantes; in reliquâ parte subducitur. Utrum autem tantilla variatio Observationibus patere possit, Astronomis definiendum relinquo.

Haud secus, si æquatio maxima apogæi lunæ statuatur $12^{\circ}.18'$ erit $45^{\circ}.51'.40''$ ad $2'.34''.42'''$ ut $12^{\circ}.18'$ ad æquationem maximam motûs Aphelii terræ sive Apogæi solis, quæ proinde erit $41'',30'''$, ubi scilicet Apfides Orbis Telluris versantur in octantibus suis cum Jove. In aliis positionibus æquatio Aphelii erit ad æquationem maximam ut sinus duplæ distantiae Jovis ab aphelio terræ ad radium; motui verò medio additur in transitu apsidum orbis magni a syzygiis suis cum Jove ad quadraturas, et in transitu a quadraturis ad syzygias subducitur, ac proinde in casu quolibet habebitur verus Aphelii terræ sive Apogæi solis locus.

Hoc pacto confecimus tabulam sequentem, si forte usui esse possit, in quâ \mathcal{A} denotat æquationem centri solis maximam mediocrem,

Distantia Jovis ab Apogæo Solis							
O ^s VI		I VII		II VIII			
Gr.	Æquatio Apog.Sol. Adde	Æquatio Centri Solis	Æquatio Apog.Sol. Adde	Æquatio Centri Solis	Æquatio Apog.Sol. Adde	Æquatio Centri Solis	Gr
0	" 0	Æ+4. 32	35. 56	Æ+2. 16	35. 56	Æ-2. 16	30
10	14. 11	Æ+4. 16	40. 52	Æ+0. 47	26. 40	Æ-3. 29	20
20	26. 40	Æ+3. 29	40. 52	Æ-0. 47	14. 11	Æ-4. 16	10
30	35. 56	Æ+2. 16	35. 56	Æ-2. 16	0. 0	Æ-4. 32	0
	Subtrahe		Subtrahe		Subtrahe		
V XI		IV X		III IX			

Simili modo erit Variatio lunæ Variationem solis ut motus medius Apogæi lunaris tempore revolutionis lunæ ad solem ad motum medium Apogæi solaris tempore revolutionis solis ad Jovem; ideoque cum motus apogæi lunaris tempore synodico sit $3^{\circ} 17'. 26''$, et motus apogæi solaris sit $14''. 15'''$ quo tempore sol ad Jovem revolvitur, posita variatione maximâ lunæ $35'. 10''$, prodit variatio maxima solis $2''. 32'''$, quæ locum obtinet, ubi sol versatur in octantibus cum Jove; in aliis locis variatio foret ad variationem maximam ut sinus duplæ distantie solis à quadraturis suis vel syzygiis cum Jove ad radium quam proximè.

Item, si eadem esset excentricitas orbium Terræ ac Jovis, foret æquatio motûs medii Terræ sive solis, quæ oritur ex variâ contractione et dilatatione orbis magni per vim Jovis, ad similem æquationem lunæ, ut motus apogæi solis tempore revolutionis Jovis ad motum apogæi lunæ tempore revolutionis solis, hoc est, ut $2'. 34''. 41'''$ ad $40^{\circ} 40'. 43''$; sed hæc Æquatio solis augeri debet in ratione excentricitatis orbis Jovis ad

excentricitatem orbis terræ, five in ratione æquationis maximæ centri Jovis ad æquationem maximam centri Solis quamproximè, hoc est, in ratione $5^{\circ}. 31'. 36''$ ad $1^{\circ} 66'. 20$: unde si æquatio maxima medii motûs lunæ fuerit $11'. 50''$, erit æquatio maxima medii motus solis $2''. 8'''$, in mediocribus scilicet Jovis a sole distantiis; in aliis locis æquationi centri Jovis proportionalis est. In his omnibus vim Saturni utpote insensibilem negligo.

Atque eâdem methodo ad alias Solis æquationes æquationibus lunaribus analogas procedere liceret, nisi in hujusmodi minutis exquirendis jam nimius essem : cum quæ in hac propositione recensentur, tametsi præ cæteris notabiles, Observationum Astronomicarum solertiam omnem fortasse fugere debeant : cæterum tales re ipsa esse scire juvat ; et plures frustra commemorarem. *Q. E. I.*

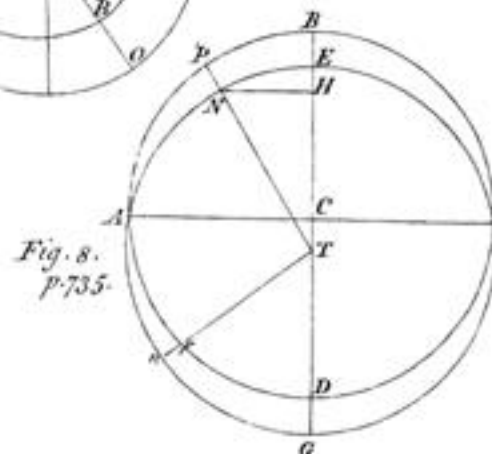
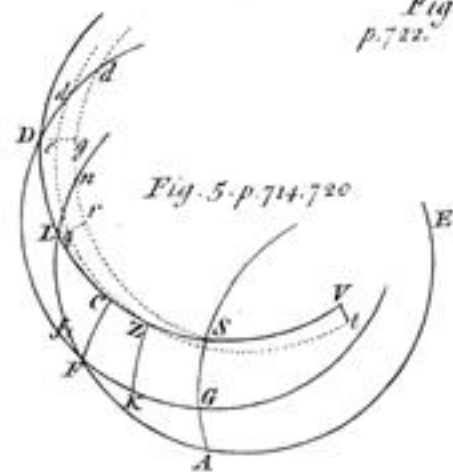
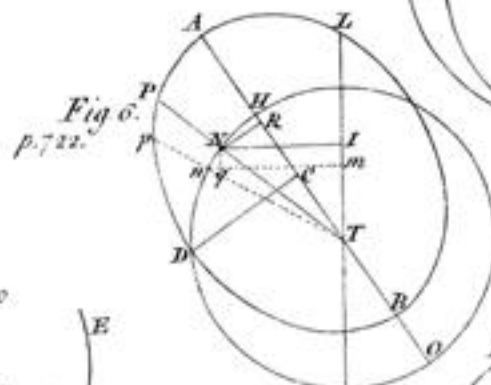
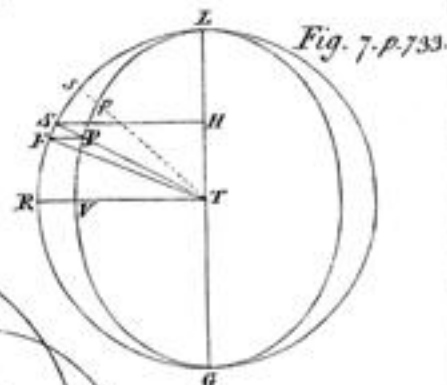
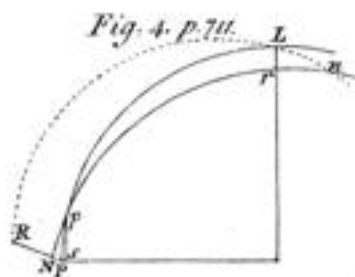
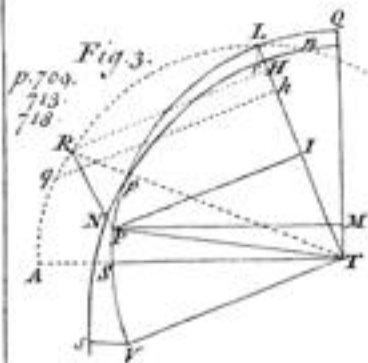
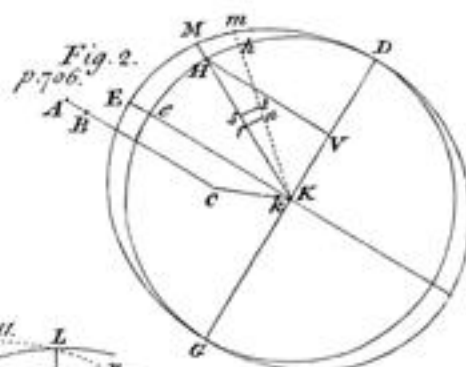
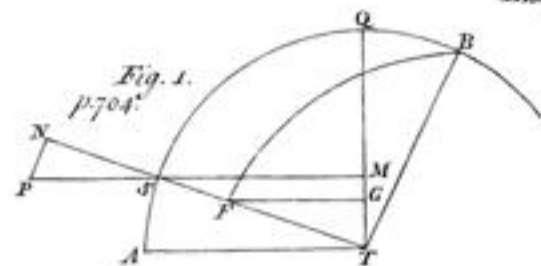


Fig. 1. p. 737.

